Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Académie de Paris

TD 18: Révisions

Éléments de correction

Exercice 1.

1. FAUX : $\frac{30}{30} = 1$ est une fraction décimale (et même entière).

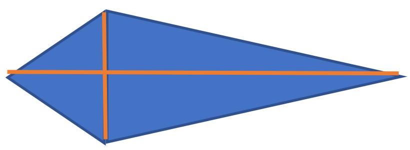
2. VRAI : 41 est également un nombre premier.

3. FAUX : une diminution de 15% suivie d'une augmentation de 30% correspond à une évolution donnée par le coefficient : (1-0,15)x(1+0,3)=1,105, soit une augmentation de 10,5%.

4. FAUX

Cube : 8 sommets	Pyramide : 6 sommets	Prisme : 6 sommets	Total : 20 sommets

5. FAUX : un cerf-volant non losange est un contre-exemple



6. VRAI : les dimensions de ce triangle en cm seront AB=3 ; BC=7 ; AC=7. En effet, on ne peut choisir AC=3 car alors l'inégalité triangulaire n'est plus satisfaite et le triangle « ne se referme pas » (7>3+3).

Exercice 2.

1) Dans le parking de Molitor, il y a des véhicules : des motos et des autos. Si on compte leurs roues, on trouve qu'il y en a 52.

Combien y a-t-il de motos et combien y a-t-il d'autos dans ce parking ?

Il y a plusieurs solutions :

nombre de voitures	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
nombres de motos	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26

2) Dans le parking de Molitor, il y a 44 véhicules : des motos et des autos. Si on compte leurs roues, on trouve qu'il y en a 144.

Combien y a-t-il de motos et combien y a-t-il d'autos dans ce parking ?

Supposons que tous les véhicules sont des motos. Le nombre de roues implique qu'il y aurait 144/2=72 motos. Cela fait 28 véhicules en trop.

Si on échange 2 motos contre une voiture, le nombre de roues reste identique et le nombre de véhicules diminue de 1.

Il faut donc faire 28 échanges. Il y a finalement 28 autos et 16 (=44-28) motos.

Il est également possible de s'appuyer sur du calcul littéral pour résoudre ce problème :

Si on note x le nombre de motos et y le nombre d'autos, on a :

$$\begin{cases} x+y=44 \\ 2x+4y=144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=44 \\ x+2y=72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=44-y \\ x+2y=72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=44-y \\ 44-y+2y=72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=44-y \\ 44+y=72 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=44-y \\ y=72-44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=44-y \\ y=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=44-28 \\ y=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16 \\ y=28 \end{cases}$$

Donc il y 16 motos et 28 autos.

Exercice 3.

On représente ci-dessous les boutons de la machine à café dans l'école de Noah.

Café non sucré	Café sucré	Café très sucré	Café au lait non sucré	Thé sucré
Jus d'orange	Jus de pomme	Chocolat au lait	Café au lait sucré	Thé non sucré

Noah décide d'appuyer au hasard sur un bouton, en fermant les yeux et tournant trois fois sur lui-même.

Quelle est la probabilité qu'il boive un café sucré ?

On modélise la situation avec l'équiprobabilité sur les 10 boutons de la machine. Chaque bouton a donc une probabilité de $\frac{1}{10}$ d'être actionné.

Deux boutons permettent d'obtenir un café sucré, il y a donc une probabilité de $\frac{1}{10} = \frac{1}{5}$ pour que Noah boive un café.

Quelle est la probabilité qu'il boive une boisson qui ne contienne pas de café ?

Il y a 5 boutons qui permettent d'obtenir une boisson sans café. La probabilité est donc de $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Exercice 4.

Résoudre le problème ci-dessous.

a) Pour peindre une cabane, Alice a utilisé deux mélanges :

Mélange A : 2 litres de peinture blanche 1 tube de peinture verte	**Mélange B :** 3 litres de peinture blanche 2 tubes de peinture verte

Alice a peint un mur avec le mélange A, et un autre avec le mélange B.
Hélène observe la cabane d'Alice. Quel est le mur le plus clair ?

b) Alice choisit d'utiliser le mélange B pour peindre sa cabane. Elle dispose de 7 tubes de peinture verte. Combien de litres de peinture blanche devra-t-elle utiliser pour faire son mélange ?

a) On modélise la situation en supposant que deux mélanges ont la même couleur si la peinture blanche (en L) et vertes (en tubes) sont dans des quantités proportionnelles.

On se ramène alors à une même quantité de tubes de peinture verte pour comparer ces mélanges :

Mélange A : 4 litres de peinture blanche pour 2 tubes de peinture verte

Mélange B : 3 litres de peinture blanche pour 2 tubes de peinture verte

Le mélange A est plus clair.

Il est possible de se ramener à une même quantité de peinture blanche, ou utiliser des coefficients de proportionnalité pour comparer ces mélanges.

b) 7 tubes de peinture verte, c'est 3,5 fois plus que 2 tubes de peinture verte. Il faut donc 3,5 fois plus de peinture blanche (linéarité multiplicative), soit 3,5 x 3 L = 10,5 L.

Pour chacune de productions d'élève ci-dessous, indiquer la procédure utilisée par l'élève et indiquer les propriétés de la proportionnalité en jeu.

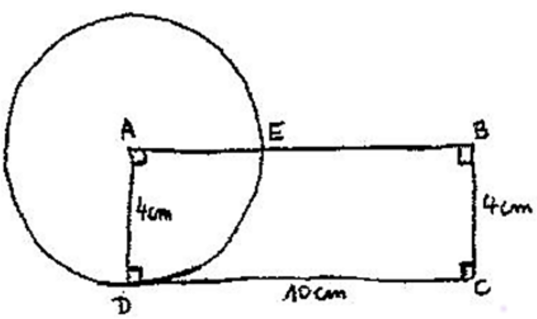
Réponse : Elle devra utiliser 10,5 litres de peinture. tubes: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 litres: 1,5 | 3 | 4,5 | 6 | 7,5 | 9 | 10,5 L'élève semble effectuer un *retour à l'unité* en calculant que pour 1 tube de vert il faut 1,5 L de blanc. Ensuite, il/elle calcule la quantité de blanc en ajoutant un tube de vert *(linéarité additive).*	Réponse : 7 | 2 ; 10 | 3,5 Il faudra 10,5 litre de peinture blanche. 3×3,5 = 10,5 C'est la procédure utilisée pour la question b), qui s'appuie sur la linéarité multiplicative.

Exercice 5.

On donne l'exercice ci-dessous à une classe de CM2, ainsi que quatre productions d'élèves.

1) Résoudre l'exercice.
2) Regrouper les productions selon les compétences des élèves.

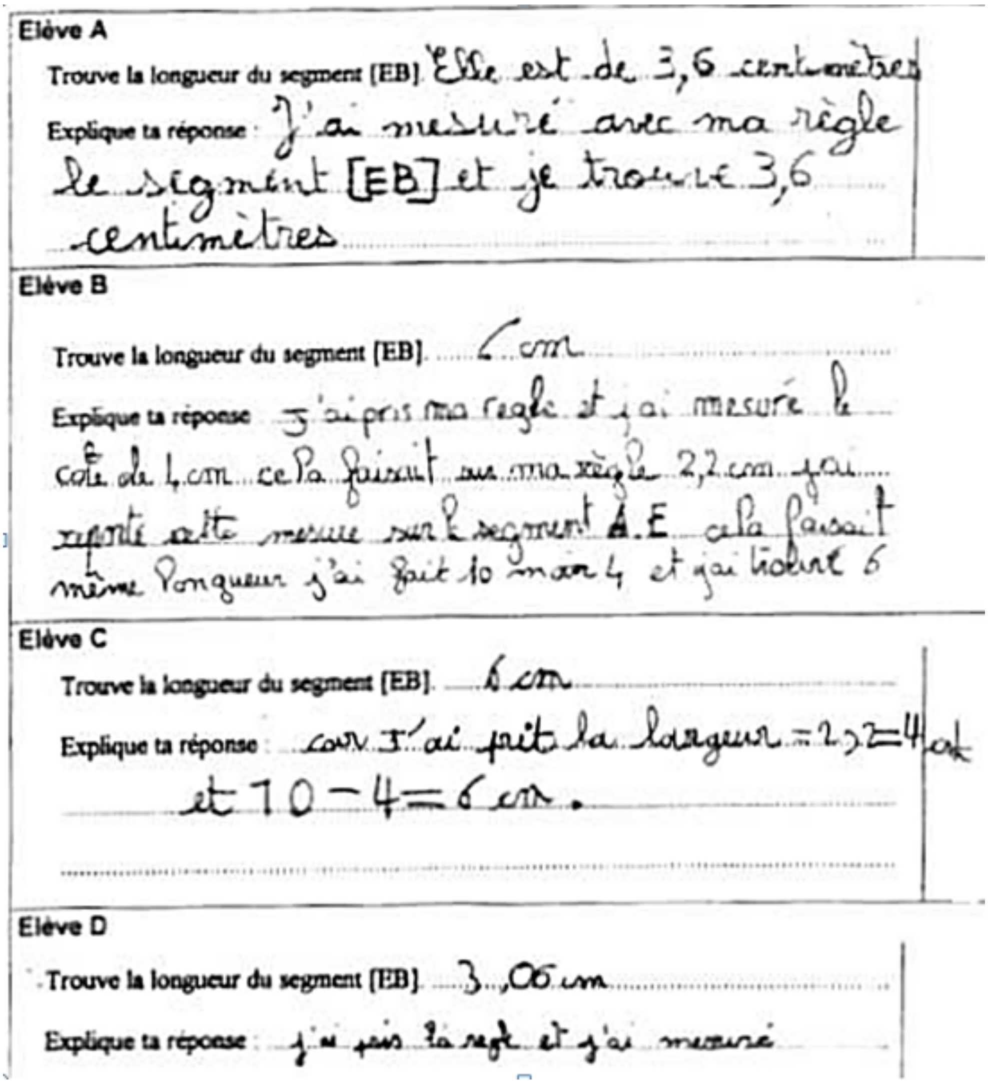
- Sur ce dessin à main levée, on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D. Les mesures réelles sont en centimètres. Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.
- Trouve la longueur du segment [EB]
- Explique ta réponse.



1) Le point E appartient au cercle de centre A et de rayon 4 cm, donc AE = 4 cm.

ABCD est un rectangle car c'est un quadrilatère ayant 4 angles droits. Ses côtés opposés sont donc de même longueur. Donc AB = 10 cm.

Le point E appartient au segment [AB], donc EB=AB-AE = 10 cm – 4 cm = 6 cm.



Elève A

Trouve la longueur du segment [EB] Elle est de 3,6 centimètres

Explique ta réponse : J'ai mesuré avec ma règle le segment [EB] et je trouve 3,6 centimètres

Elève B

Trouve la longueur du segment [EB] 6 cm

Explique ta réponse : J'ai pris ma règle et j'ai mesuré le coté de 4 cm cela faisait sur ma règle 2,2 cm j'ai reporté cette mesure sur le segment A.E cela faisait même longueur j'ai fait 10 moins 4 et j'ai trouvé 6

Elève C

Trouve la longueur du segment [EB] 6 cm

Explique ta réponse : car J'ai prit la longueur = 2,2 = 4 et et $10 - 4 = 6$ cm.

Elève D

Trouve la longueur du segment [EB] 3,06 cm

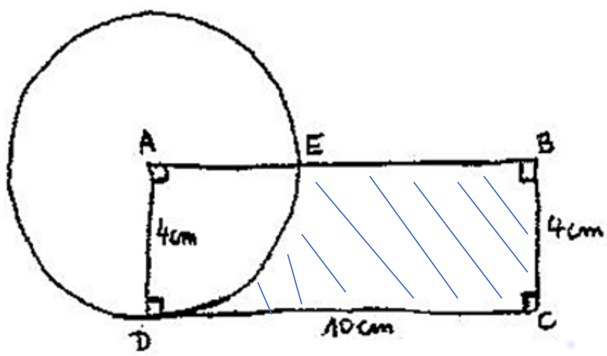
Explique ta réponse : j'ai pris la règle et j'ai mesuré

Les élèves A et D ne sont pas du tout entrés dans la géométrie déductive et utilisent les instruments pour obtenir la longueur EB (sans doute avec une erreur pour l'élève D).

Les élèves B et C utilisent un raisonnement implicite à partir des propriétés du rectangle pour déduire que AB = 10 cm. Ils s'appuient sur des mesures, avec une échelle, pour déduire que AE = 4 cm et n'utilisent donc pas de propriété du cercle. Ils utilisent à la fois un raisonnement déductif et une géométrie instrumentée.

Exercice 6.

On reprend la figure de l'exercice précédent.



1) Calculer l'aire de la partie hachurée, ainsi que son périmètre.

On calcule l'aire du rectangle à laquelle on soustrait l'aire du quart de disque :

$$A = 40cm^2 - \frac{1}{4}(\pi \times 16\ cm^2) = (40 - 4\pi)cm^2 \approx 27,4\ cm^2$$

Périmètre : $P = EB + BC + CD + arc(DE) = 6 + 4 + 10 + \frac{1}{4}(2\pi \times 4) = 20 + 2\pi \approx 26,3\ cm$

2) Donner la mesure de chacun des angles du triangle ADE.

Le triangle ADE est rectangle en A donc $\widehat{EAD} = 90°$.

Le triangle ADE est isocèle en A car AD=AE=4 cm. Ses angles à la base sont donc égaux : $\widehat{AED} = \widehat{ADE}$.

La somme des angles d'un triangle vaut 180°, ce qui donne : $180° = \widehat{AED} + \widehat{EAD} + \widehat{ADE} = 2 \times \widehat{ADE} + 90°$ donc $2 \times \widehat{ADE} = 90°$ et finalement $\widehat{AED} = \widehat{ADE} = 45°$.

3) Montrer que le triangle CDE n'est pas rectangle.

On va utiliser le théorème de Pythagore, et pour cela il faut connaître les longueurs des côtés de ce triangle :

DC=10cm

Calculons DE. Dans ADE rectangle en A, on a $DE^2 = AD^2 + AE^2 = 16 + 16 = 32$, donc $DE = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

Calculons CE. Dans BCE rectangle en B, on a $CE^2 = BC^2 + BE^2 = 16 + 36 = 52$, donc $DE = \sqrt{52}$.

Finalement si CDE était rectangle, son hypoténuse serait sont plus long côté, soit DC. Or :

$$DC^2 = 10^2 = 100$$

$$DE^2 + CE^2 = 32 + 52 = 84 \neq 100$$

Le théorème de Pythagore montre que ce triangle n'est pas rectangle.

4) On modifie la longueur du rectangle, en gardant le reste de la figure inchangée, de sorte que le triangle CDE soit rectangle en E. Donner cette nouvelle longueur.

Soit x=DC cette nouvelle longueur. Comme ci-dessus, on calcule la longueur CE en fonction de x :

Dans BCE rectangle en B, on a $CE^2 = BC^2 + BE^2 = 16 + (x-4)^2 = 32 + x^2 - 8x$.

Avec le th. de Pythagore, CDE étant maintenant un triangle rectangle en E, on a

$$DC^2 = DE^2 + CE^2$$

$$x^2 = 32 + 32 + x^2 - 8x$$

$8x = 64$, soit $x = \frac{64}{8} = 8$ cm

Exercice 7.

Un enseignant de CM2 propose l'exercice suivant à ses élèves :

Lis attentivement la petite devinette suivante : « Je suis un nombre décimal mon écriture ne contient que trois chiffres tous différents. Mon chiffre des unités est 2. Mon chiffre des dixièmes est le même que le chiffre des centièmes du nombre 135,798. Mon chiffre des dizaines est le double de mon chiffre des unités.

a) Résoudre l'énigme.
b) Quel aspect de notre numération décimale est évalué dans cet exercice ? Vous préciserez une compétence travaillée.
c) Analyser les réponses des trois élèves ci-dessous en précisant ce qui est juste et ce qui est erroné, en indiquant une origine possible des éventuelles erreurs.

Elève A	Elève B	Elève C
429	92,4	42,3

a) Le nombre est 42,9

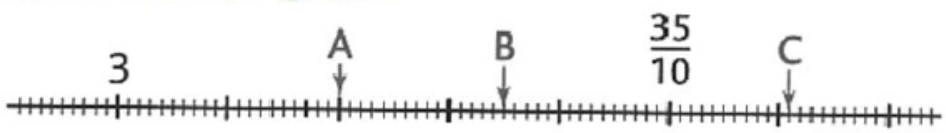
b) L'aspect positionnel est ici travaillé. Les élèves doivent connaître le lexique unités, dizaines, dixièmes, … et l'associer à la position des chiffres dans les nombres.

c)

Élève A : il semble avoir oublié la virgule, les chiffres étant corrects et positionnés dans le bon ordre.	Élève B : il a inversé le chiffre des dixièmes et des dizaines : il a peut-être fait une confusion entre ces deux termes.	Élèves C : les chiffres des unités et dizaines sont corrects. Le chiffre des dixièmes choisi est le chiffre des dizaines de 135,789 : peut-être une confusion comme l'élève B, avec un lecture trop rapide de la consigne ?

2. Une enseignante de CM1 propose l'exercice ci-dessous.

Voici un morceau de droite graduée.



Écris les fractions correspondant aux points de la droite.

a) Résoudre l'exercice
b) Pour l'abscisse du point C, un élève propose 46/10. Analyser cette erreur.

a) A : $\frac{32}{10}$; B : $\frac{335}{100}$; C : $\frac{361}{100}$

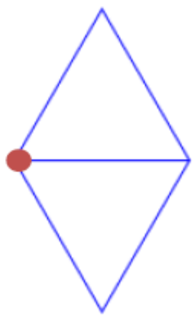
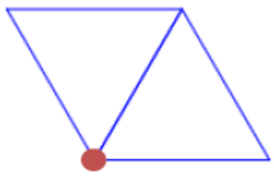
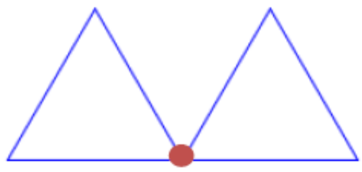
b) L'élève a sans doute ajouté $\frac{11}{10}$ au lieu de $\frac{11}{100}$ au repère $\frac{35}{10}$. Il a mal interprété les graduations en centièmes et a cru qu'il s'agissait de graduations en dixièmes.

Exercice 8.

1. On construit sur scratch un bloc « triangle » qui construit un triangle équilatéral. Il est inséré dans le programme suivant :

Rappel : la commande « s'orienter à 90° » signifie s'orienter horizontalement en direction de la droite (sens d'écriture).

Parmi les trois figures ci-dessous, indiquer celles qui **ne correspondent pas** au programme. Justifier.
Le rond gris indique la position du lutin au début du programme.

Figure 1	Figure 2	Figure 3
		

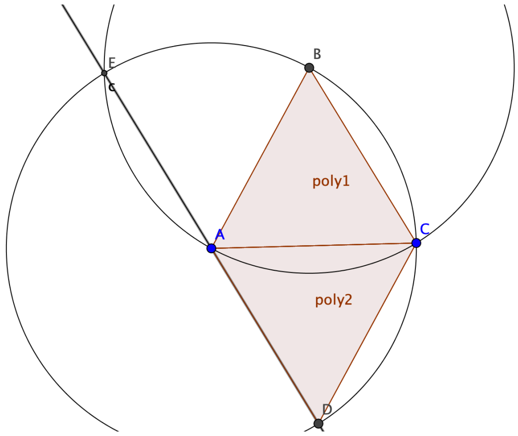
2. Construire la figure obtenue par le programme ci-dessus, sachant que le bloc triangle permet de construire un triangle équilatéral de longueur de côté 4 cm. On obtient un quadrilatère que l'on nomme ABCD.
3. Donner la nature du quadrilatère ABCD en justifiant.
4. Construire à la règle et au compas le point E symétrique du point C par la symétrie d'axe (AB). On laissera les traits de construction apparents.
5. Les points E, D et A sont-ils alignés ? Justifier la réponse.
   Pour cette question, toute trace de recherche sera prise en compte.

1. La figure 3 ne correspond pas au programme. En tournant de 60° après le premier triangle tracé, le lutin devrait repasser sur un côté du triangle déjà tracé. En effet, dans un triangle équilatéral, les angles mesurent 60°.

La figure 1 ne correspond pas non plus au programme. En effet, le sens de rotation de l'instruction « tourner » ne convient pas.

2. Voir ci-dessous.

3. ABCD est un quadrilatère dont les 4 côtés sont de même longueur, il s'agit donc d'un losange.



4.

5. La symétrie axiale conserve les longueurs, donc ABE étant l'image du triangle équilatéral ABC, c'est un triangle équilatéral. Ses angles mesurent donc 60°.

On a alors : $\widehat{DAE} = \widehat{DAC} + \widehat{CAB} + \widehat{BAE} = 60° + 60° + 60° = 180°$: les points A, E, D sont alignés.

<u>**Exercice 9.**</u>

Groupement 5, 2020

1. a. Soit *N* un nombre entier compris entre 100 et 999.
N s'écrit sous la forme $N = a \times 100 + b \times 10 + c$ où a, b et c sont des entiers compris entre 0 et 9.
Démontrer que si le nombre formé par le chiffre des dizaines et le chiffre des unités est divisible par 4 alors *N* est divisible par 4. Par exemple, pour 732, comme 32 est divisible par 4 alors 732 est divisible par 4.

b. Cette règle fonctionne-t-elle pour la divisibilité par 8, c'est à dire, « Si le nombre formé par le chiffre des dizaines et le chiffre des unités d'un nombre *N* supérieur à 10 est divisible par 8 alors *N* est divisible par 8 » ?

2. On considère toujours un nombre entier *N* compris entre 100 et 999 s'écrivant sous la forme $N = a \times 100 + b \times 10 + c$ où a, b et c sont des entiers compris entre 0 et 9.
Calculer $N - (a + b + c)$. Démontrer que si $a + b + c$ est divisible par 9, alors *N* l'est aussi.

1.a. Supposons que le nombre formé par le chiffre des dizaines et le chiffre des unités soit divisible par 4.

Cela signifie que 10b+c peut s'écrire 10b+c = 4k où k désigne un entier.

Alors : N = 100a+10b+c = 100a + 4k = 4×25×a + 4k = 4 (25a + k) où 25a + k est un entier

Donc N est bien divisible par 4.

1.b. Non. Contre-exemple : 132 n'est pas divisible par 8 et pourtant 32 l'est.

2. $N – (a + b + c) = 100a + 10b + c - a - b - c = 99a + 9b$ (*)

Supposons que $a + b + c$ soit divisible par 9 .

Cela signifie que $a + b + c$ peut s'écrire $a + b + c = 9p$ où p désigne un entier.(**)

D'après (*) on peut écrire : $N = 99a + 9b + a + b + c$

D'après (**) on peut écrire : $N = 99a + 9b + 9p$

Donc $N = 9(11a + b + p)$. N est donc divisible par 9.

Exercice 10.

Aujourd'hui, Marie-Noelle a fait un superbe gâteau aux poires et aux amandes. Elle l'a déposé en salle des profs avec le mot : « Servez-vous ! » et un couteau, puis elle est allée faire cours.

Amandine est arrivée, elle a découpé la moitié du gâteau en trois parts égales et en a mangé une part ;

Benjamin a pris une des deux parts déjà découpées par Amandine, puis changeant d'avis n'en a mangé que la moitié ;

Caroline a découpé la moitié du gâteau intacte en quatre parts égales, et en a mangé une part;

Damien a mangé un cinquième de ce qui restait ;

Emmanuelle un tiers de ce que Damien avait laissé ;

Fabrice a pris une part trois fois plus grosse que celle de Benjamin.

Quand Marie-Noelle est sortie de cours, elle a terminé le gâteau.

Qui a mangé le plus de gâteau ?

Calculons la quantité de gâteau mangé par chacun et ce qui reste de gâteau

Mangeurs de gâteau	A	B	C	D	E	F	MN
Part mangée	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{6} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}\times\frac{5}{8} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$	$3\times\frac{1}{12} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$
Gâteau restant	$1-\frac{1}{6} = \frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}-\frac{1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}-\frac{1}{8} = \frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}-\frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}-\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$	0

Fabrice a mangé le plus de gâteau.