TD16 : CORRIGE RESOLUTION DE PROBLEMES : ARITHMETIQUE - PROPORTIONNALITE - ESPACE

Partie 1 : ARITHMETIQUE

Exercice 1:

1. Chaque dalle a pour côté un nombre entier de centimètres qui doit être :
   Un diviseur de 175 et de 315 (pour qu'il n'y ait pas de découpes)
   Le plus grand possible (pour que les dalles soient les plus grandes possibles)

Le problème revient donc à déterminer le PGCD de 175 et de 315.
Avec l'une des méthodes de notre choix on trouve : PGCD(175 ;315) = 35
Ainsi les dalles devront mesurer 35 cm de côté chacune pour répondre aux contraintes.

2. Raisonnement analogue avec les nombres 176 et 315 :

PGCD(176 ;315) = 1 ! Cela signifie que les nombres 176 et 315 sont premiers entre eux : ils n'ont aucun diviseur en commun autre que 1. Seules des petites dalles de 1 cm de côté répondront aux contraintes.

Exercice 2:

La durée (écoulée à partir de minuit) au bout de laquelle les deux ampoules s'allument ensemble pour la première fois est la plus petite durée multiple à la fois de 153 s et 187 s. On cherche donc le PPCM (Plus Petit Commun Multiple) de 153 et 187. Pour cela on écrit les décompositions en facteurs premiers des deux nombres.
153 = 3*51=3*3*17 et 187 = 11*17
Donc PPCM(153 ;187)= 3*3*11*17 = 1 683
Les deux ampoules s'allumeront donc ensemble au bout de 1683 secondes.
Et 1 683 secondes = 28 min 3s
Il sera donc 0h 28min 3s quand les deux ampoules s'allumeront à nouveau ensemble pour la première fois depuis minuit.

.

Exercice 3:

a. La première répartition nous indique qu'il y plus de 19 personnes dans ce groupe, et que la somme qu'il se partage équitablement sans compter le reste est de 210 €. Il faut donc trouver un diviseur de 210 qui vérifie ces deux conditions. Les seules solutions possibles sont 21 ou 30.
b. Il reste 31 € à se partager entre les 21 personnes. Ils recevront donc chacun 1 € de plus (et il restera 10€).
   Somme totale reçue : 210 ÷ 21 + 462 ÷ 21 + 1 = 10 + 22 + 1 = 33 € Au total, ils auront reçu chacun 33 €.

Exercice 4:

Pour déterminer le nombre minimum d'arbres que l'on pourra planter , il faut calculer l'espacement maximal entre deux arbres.
PGCD(1 008 ; 966) = 42.
Ce qui correspond à 24 (1 008 ÷ 42 = 24) espacements sur la longueur et à 23 espacements sur la largeur.
Il faut donc 94 (2 × 24 + 2 × 23 = 94) arbres.

Exercice 5: (DNB, Polynésie, 2017) **Un corrigé de l'APMEP**

Le bus de la ligne 1 met 24 (8 * 3) minutes pour passer de nouveau à l'arrêt mairie ; le bus de la ligne 2 met 32 minutes(8*4) .
De 6h30 à 20h, il y à 13heures de temps soit 810 minutes
Il s'agit de trouver un multiple commun aux nombres 24 et 32 inférieur à 810.
8*3*4 = 96 ; le plus petit multiple commun est 96.
96 minutes= 1h36
Les deux bus se retrouveront toutes les 1h36 a l'arrêt mairie soit à :
6h30 – 8h06 – 9h42- 11h18- 12h54 – 14h30 -16h06 -17h42 – 19h18

Exercice6 :

I s'agit de déterminer le plus petit multiple commun des nombres 24, 16 et 36

En effet, on veut un nombre de tours minimal mais qui doit être un multiple du nombre de crans de chaque roue (pour que chaque roue ait fait un nombre entier de tours).

1ère méthode : on dresse la liste des premiers multiples de chacun des trois nombres, jusqu'à trouver le plus petit multiple qu'ils ont en commun
Multiples de 24 : 24, 48, 72, 96, 120, 144
Multiples de 16 : 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, 144
Multiples de 36 : 36, 72, 108, 144

2ème méthode : Décompositions en produits de facteurs premiers :

24 = $2^3 \times 3$; 16 = 2^4 ; 36 = $2^2 \times 3^2$ et PPCM(24;16;36) = $2^4 \times 3^2$ = 144

Il faudra 144 tours pour revenir à la position initiale pour la première fois.

Partie 2 : PROPORTIONNALITE

Exercice 7: *Pâte à crêpes*

a. La liste des ingrédients est proportionnelle au nombre de personnes. Pour passer de 8 personnes a 12 personnes on multiplie par 1,5.
b. Elle peut préparer des crêpes pour 11 personnes au maximum (c'est la farine qui est le facteur limitant).

Exercice 8: *Fuite*

a. Gerard a une fuite d'eau chez lui. La quantité d'eau perdue est proportionnelle à la durée
de la fuite.
Une semaine contient 7 jours. Un jour contient 24h. 7 × 24 = 168.
(168 *15)/3 correspond a la perte d'eau en ne semaine
b. Une année contient 52 semaines.
840 × 52 = 43680.
En un an, Gerard perdra 43680L d'eau, soit 43,680 m^3.
Le prix de l'eau est proportionnel au volume d'eau consommé.
5,20*43,680 = 227,136
La fuite d'eau coutera environ 227,14€ par an a Gerard s'il ne la répare pas.

Exercice 9: *Vitesse et consommation d'essence*

a. Pour une vitesse initiale de 100 km/h l'augmentation de la vitesse est 20 km/h.
Le pourcentage d'augmentation de la vitesse est donc 20 %.
b. (2*100)/8=25
Le pourcentage d'augmentation de la consommation est 25 %.

Exercice 10:

1/2*1/3=1/6

Exercice 11:

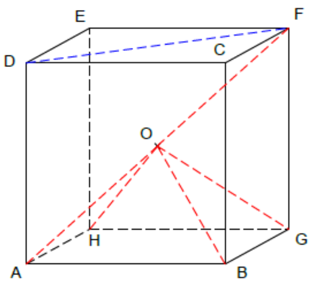
1. Elle était de 64 773 milliers
2. Elle serait de 66 846 milliers.
3. *coefficient* = 1,0296
La population française était de 60 960 milliers en 2005

Exercice 12: *Isolation et consommation*

a. (15 /100)× 980 = 0,15 × 980=147
En une année il économise 147 €.
Sachant que les travaux lui ont coute 1 470 €, il lui faudra 10 ans pour amortir ses travaux.
b. Sur 20 ans il gagnera 1 470 €.

Partie 3 : ESPACE

Exercice 13: Dodécaèdre rhombique



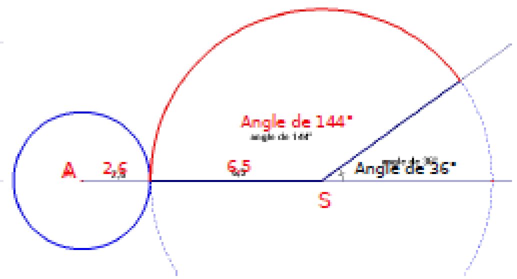
a. DFA est un triangle rectangle en D car [AD] est perpendiculaire à [DF].
b. AB = 6 cm donc chaque arrête du cube mesure 6cm.
DF : On utilise la propriété de Pythagore dans le triangle rectangle DEF :
AF² = DE² + EF² = 6² + 6² = 72 et DF =$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ cm
AF : On utilise la propriété de Pythagore dans le triangle rectangle DFA :
AF² = AD² + DF² = 6² + 72 = 108et AF = $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ cm
AO : O est le milieu de [AF] donc :AO =AF/2= $\sqrt{108}/2 = 3\sqrt{3}$ cm
c. O est le centre du cube, milieu des diagonales [AF] ; [BE] ; [GD] et [HC] ;

donc AO = BO = GO = HO.
Le solide OABGH est une pyramide régulière à base carrée ABGH.

Exercice 14: Patron d'un cône de révolution

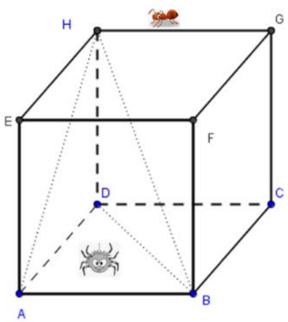
a. $\hat{a} = \frac{360° \times 2{,}6}{6{,}5} = 144°$

b.



Exercice 15:

Une fourmi se déplace sur ABCDEFGH est un pavé droit ABCDEFGH dont les dimensions sont :
AB = 7,5 cm, BC = 6 cm, AE = 8 cm.



La fourmi :

a. Pythagore dans le triangle HEA rectangle en $HA^2=AE^2+HE^2$ avec HE=BC $HA^2=8^2+6^2=100$ et HA= 10 HA mesure 10 cm

b. le quadrilatère ABGH est un rectangle de dimension 10 cm sur 8 cm

c. distance totale=2(10+8)=36 cm

L'araignée :

c. Pythagore dans le triangle HAB rectangle en D :$HB^2=HA^2+AB^2$
$HB^2=100+7{,}5=156{,}25$ la valeur exacte de HB= $\sqrt{156{,}25}$

d. volume de la pyramide HABD= $\frac{Aire\ de\ la\ base\ AHD \times hauteur\ de\ la\ pyramide}{3}$.

$\frac{(HD \times AD)/2 \times AB}{3} = \frac{\frac{8\times 6}{2} \times 7{,}5}{3} = 60.$

Le volume de la pyramide HABD est de 30 cm^3

e. Le volume du pavé droit est AB$\times BC \times AE =$7,5$\times 6 \times 8 = 360$

60 représente 1/6 sixième de 360 soit environ 17%

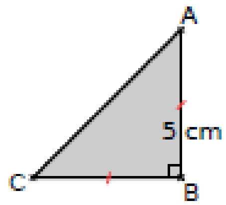
Exercice 16: Pyramide dans un pavé droit

a. FBA est rectangle en B car ABCDEFGH est un pavé droit.

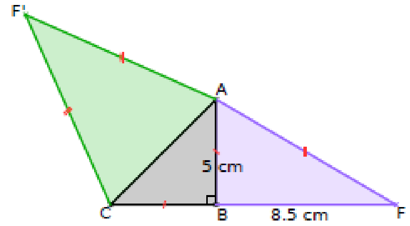
b. ABC : [FB] , BFC : [AB] ou ABF : [BC].

c. FAC est isocèle en F (car les faces rectangulaires sont identiques)

d.



e.



Exercice 17: Définitions

a. Les points A, D, J et K appartiennent à la sphère. Le point B est à l'intérieur de la sphère puisqu'il est situé sur un rayon.
Le point C est situé à l'extérieur de la sphère car les pointillés sont prolongés par un segment.

b. AD = 10 cm. Le segment [AD] est le diamètre d'un grand cercle. Il passe par le centre de la sphère.

c. Le triangle KAD est un triangle rectangle en K car les points K, A et D appartiennent au même cercle et le segment [AD] est le diamètre de ce même cercle.
Si trois points appartiennent à un cercle tels que deux d'entre eux forment un diamètre alors il est rectangle.
D'autre part, la hauteur (KO) est confondue avec la médiane et la médiatrice issue de K.
Ainsi, le triangle KAD est un triangle rectangle isocèle en K.

d. Le triangle KAD est rectangle en K.
D'après le théorème de Pythagore, on a : $DA^2 = KA^2 + KD^2$ soit $DA^2 = KA^2 + KA^2$ car KA = KD et $DA^2 = 2KA^2$ $KA^2 = DA^2/2$ $KA^2 = 100/2$ $KA^2 = 50$ et KA = $\sqrt{50}$ (valeur exacte) soit KA ≈ 7,1 cm arrondi au millimètre.