Corrigé des exercices de proportionnalité

Partie II

Ex 1 : Le volume d'essence consommé est proportionnel à la distance ici parcourue.
Donc pour un voyage de 500 km Pierre consommera 5 fois plus que pour 100 km :
5 × 5 l= 25 l Pour 500 km il consommera 25 l d'essence.

Le prix de l'essence est proportionnel au volume d'essence acheté.
Si 20 l coûtent 30 € alors 1 l coûte 20 fois moins, soit : 30 € ÷ 20 = 1,50 € le litre d'essence
Pour 25 l Pierre payera : 25 ×1,50 € = 37,50 €

Ce trajet coûtera 37,50 € à Pierre.

Ex 2 :
On sait que pour 25 kg de farine on obtient 30 kg de pain. Pour 450 kg de pain, on calcule la farine nécessaire :

(25 x 450)/30 = 375

On obtient alors 375 kg de farine pour 450 kg de pain.

On sait que pour 100 kg de blé, on a 75 kg de farine, on calcule le blé nécessaire pour 375kg farine :

(375x100)/75 = 500

On obtient alors 500 kg de blé pour 375kg farine ou encore 450 kg de pain.

Ex 3 :
Brigitte lit en moyenne 300 mots en 150 secondes. Alex lit en moyenne 320 mots en 192 secondes. On cherche à connaître le nombre de mots qu'ils lisent par seconde pour savoir qui lit le plus vite. On a donc les produits en croix :

Pour Brigitte :

300 mots ¬ 150 s

x mots ¬ 1 s

x = (300*1)/150 = 2 mots par seconde

Pour Alex :

320 mots ¬ 192 s

y mots ¬ 1 s

y = (320*1)/192 = 5/3 mots par seconde, soit environ 1,7 mots par seconde. Ainsi : 2 mots/s > 1,7 mots/s On conclut que Brigitte lit plus rapidement que Alex.

Ex 4 :
Afin de définir le prêt le plus avantageux, il faut savoir combien d'intérêt sont remboursés pour 1 €.
Prêt 1 : 912,30/8294≈0,11 : pour 1€ on doit rembourser des intérêts de 0,11€ environ.

Prêt 2 : 1044/9941≈0,105 : Le 2ème prêt est plus avantageux

Ex 5 :

1) « Les pourcentages » font partie de la proportionnalité puisqu'il s'agit d'exprimer des proportions en ramenant le total à 100.

2) a) Paul ne prend pas en compte le fait que les médiathèques n'ont pas le même nombre d'ouvrages.

Imaginons que la médiathèque Jean JAURES ne comporte qu'un seul livre, un roman. Cette médiathèque a alors 100% de romans. Cependant, si on ajoute ce livre aux 4000 de la médiathèque Georges SAND, le pourcentage de roman ne va pas beaucoup évoluer alors que la moyenne des pourcentages sera de (100+60)/2=80 !

2) b) Pour que la moyenne des pourcentages corresponde au pourcentage au sein de la ville, il faudrait que les deux médiathèques aient le même nombre d'ouvrages, soit 4000 pour J JAURES.

On peut également utiliser le calcul littéral : soit N le nombre de livres recherché.
Calculons le nombre de romans dans les 2 médiathèques :
0,4xN+0,6x4000=0,4N+2400.
Calculons la proportion de romans pour les deux médiathèques : Nombre de romans/nombre d'ouvrages = 0,4N+2400/(N+4000).
On veut que cette proportion soit de 0,5 soit :
0,4N+2400/(N+4000)=0,5 soit 0,4N+2400=0,5x(N+4000)=0,5N+2000
Finalement 0,1xN=400 et donc N=4000.

Partie III

Ex 1 :

a) En 1h, la voiture parcours 90km, donc en 20 minutes, elle parcourt 3 fois moins, soit 30 km. Finalement en 1h20, elle parcourt 90km+30km=120km.

Avec des calculs algébriques :
distance parcourue : d=v*t
v=90km/h
t=1h20=1h+20/60h=(1+1/3)h
Donc d=90x(1+1/3)km=120km

b) En 1h, la voiture parcourt 75km. Pour parcourir 25km il faut donc 3 fois moins de temps soit 1/3h, soit 20 minutes.
Pour parcourir 100km, il faut donc 1h20.

Avec des calculs algébriques :
Durée : t=d/v=100km/(75km/h)=100/75h=4/3h=1h+1/3h=1h+1/3*60min = 1h20min.

c)

a). On convertit donc 8 hm → km

= 0,8 km

Ensuite les min en h 32 min → h

$= \frac{32 \text{ min}}{60 \text{ min}} = 0,53$

→ Enfin pour avoir des km/h

on fait $\frac{0,8}{0,53}$ $\boxed{\approx 1,51 \text{ km/h}}$

b. On convertit 8 hm → m

= 800 m

Ensuite les min en seconde

= 32 min = 1920sec

→ Enfin pour avoir les m/s

On fait $\frac{800 \text{ m}}{1920 \text{sec}} = \boxed{0,42 \text{ m/s}}$

Ex 2 :

Eléments de réponse :

Temps-aller = (165 km) / (50 km/h) = 3,3 h
Temps-retour = (165 km) / (110 km/h) = 1,5 h
Temps-aller-retour = 3,3h + 1,5h = 4,8h
Distance aller-retour = 2 * 165 km = 330 km
Vitesse moyenne aller-retour = 330 km / 4,8h = 68,75 km/h ≈ 69 km/h (au km/h près)
Donc Emma a raison d'être étonnée, Emile a tort.

Ex 3 :

1) Durée du trajet aller : le cycliste parcourt 45 km à 30km/h. On utilise un tableau de proportionnalité :

distance	30	45
durée	1h (60 min)	**1,5h=1h30min (90 min)**

Le cycliste arrive à la ville B à 9h30+1h30=11h.

2) À faire...
3) Durée du trajet retour: le cycliste parcourt 45 km à 30km/h. On utilise un tableau de proportionnalité :

distance	50	45
durée	60 minutes	**54 minutes**

Avec 1h de pause, l'aller retour prend 1h30+1h+54min=3h24min : il revient à 9h30+3h24=12h54min.

Partie IV

Rappel de cours : https://www.maths-et-tiques.fr/telech/FormulaireStmg.pdf_

<u>Ex 1 :</u>

a)

Anciens prix (€)	100	72	40	124	
Baisse (€)	**30**	72/100 = 0,72 0,72 X 30 =**21,6**	40/100=0,40 0,40x30= **12**	124/100=1,24 1,24x30=**37,2**	*0,7
Nouveaux prix (€)	70	72 - 21,6 = **50,4**	40-12=**28**	124-37,2=**86,8**	

b) Les nouveaux prix sont proportionnels aux anciens prix. On passe de l'ancien prix au nouveau prix avec un coefficient de proportionnalité de 0,70.

Ex 2 :

a)

Prix sans réduction	100	13500	P
Prix après la 1ère réduction	100 - 100x0,05 = 95	13500 – 13500 x 0,05 = 12825	P – P x 0,05 = 0,95xP
Prix après la 2ème réduction	95-95x0,04 = 91,2	12825-12825x0,04 = 12312	0,95xP-(0,95P)x0,04 = 0,912xP
Réduction globale	100-91,2 = 8,8	13500-12312 = 1188	0,088xP

b) Le prix final est égal à 0,912 fois le prix initial, il est donc bien proportionnel au prix initial, avec un coefficient de proportionnalité égal à 0,912.

De même, la réduction est égale à 0,088 fois le prix initial, elle est donc bien proportionnelle au prix initial, avec un coefficient de proportionnalité égal à 0,088.

c) La proportion représentée par la réduction par rapport au prix initial est : Réduction / Prix initial, soit 0,088, ou encore 8,8%.

<u>Ex 3 :</u> Soit P le prix d'un article. Après augmentation de 25%, le prix devient 1,25xP.
Pour que le prix revienne au prix de départ, il faut appliquer une réduction de r% telle que :
(1,25xP)x(1-r/100)=P soit 1,25x(1-r/100)=1
1-r/100=1/1,25=0,8
r/100=1-0,8=0,2 : r=20 et la réduction est de 20%.

<u>Ex 4 :</u> a) Les impôts de M. Fumi augmente de 65€. Si l'augmentation est la même pour tous, une personne payant 200€ en 2020 devra payer 265€ en 2021.
b) Si l'augmentation des impôts est proportionnelle aux impôts 2020, on peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Impôts 2020 (en €)	500	200
Augmentation (en €)	65	200x65/500=26

L'augmentation serait de 26€.

Pour calculer le pourcentage d'augmentation, on peut calculer cette augmentation pour 100€ d'impôts en 2020, soit la moitié de l'augmentation pour 200€, c'est à dire 13€.
Le pourcentage d'augmentation est donc de 13%.
On peut retrouver ce taux avec la proportion : 65/500 =0,13 ; soit 13%.

<u>Ex 5 :</u>
Le prix TTC = prix HT+Taxe.
Soit un article à 100€ HT. Avant la diminution du taux de TVA, ce prix valait TTC : 100x1,2=120.
Après diminution de la TVA, il vaudra 100x1,1=110.

Une diminution de 10% de 120€ est égale à 120x0,9=108 qui est différent de 110 : FAUX !

V – Problèmes de proportions

Pb1 :

1. 0,5L de boisson A contient 0,5 L $\times\frac{10}{100}$= 0,05L de jus d'orange ;
   1,25L de boisson B contient 1,25 L$\times\frac{5}{100}$= 0,0625L de jus d'orange.
   La bouteille de boisson B contient donc plus de jus d'orange que la bouteille de boisson A (en terme de quantité, et non en terme de proportion !!!).

2. 20cL de boisson A contient 20cL×0,1= 2cLde jus d'orange ;
   30cL de boisson B contient 30cL×0,05= 1,5cLde jus d'orange.
   Le mélange de 20cL+30cL= 50cL contient 2cL+1,5cL= 3,5cL de jus d'orange soit un taux de $\frac{3,5}{50} \times 100 = 7\,\%$.
3. Ecrivons que le verre de 40cL contient x cL de boisson A.
   La boisson A contient alors $x \times$ 0,1cLde jus d'orange ;
   La boisson B a pour volume $(40 - x)$cL, donc il y a $(40 - x) \times$ 0,05cLde jus d'orange dans la boisson B.

ou :

1. Proportion de jus d'orange boisson A:

   0,5 L x 10% = 0,05 L

   Proportion de jus d'orange boisson B:

1,25 L x 5% = 0,0625 L

Il y a plus de jus d'orange dans la bouteille de boisson B.

2. Elle est de : 20 cL x 10 % + 30 cL x 5% /50 cL
   = 2 cL + 1,5 cL / 50 cL
   = 3,5 cL / 50 cL
   = 0,07 = 7 %
3. Proportion de jus d'orange : 40 cL x 8 % = 3,2 cL
   20cl de A et 20 cL de B
   20*10%+20*5%=3 pas assez donc plus de A
   21cL de A et 19 cl de B
   21*10%+19*5%=3,05
   22*10%+18*5%=3,1 : on gagne 0,05 pour chaque 1cL de A en plus

Il manque 0,2 par rapport à 20cL de chaque boisson

Il faut donc ajouter 0,2/0,05=20/5=4 fois 1cL de A soit 24 cl de A et 40-24=16 cL de B

Avec le tableur :

C3 =A3*0,1+B3*0,05

	A	B	C	D
1	boisson A	boisson B	jus d'orange	
2	20	20	3	
3	21	19	3,05	
4	22	18	3,1	
5	23	17	3,15	
6	24	16	3,2	
7	25	15	3,25	
8	26	14	3,3	
9	27	13	3,35	
10	28	12	3,4	
11	29	11	3,45	
12	30	10	3,5	
13	31	9	3,55	
14	32	8	3,6	
15	33	7	3,65	
16	34	6		
17				

Pb 2:

a. Sécurité sociale : 274,6 € - 274,6 € x 0,75 = 68,65 €
   Mutuelle : 68,65 € - 68,65 € x 0,8 = 13,73 €

b. La proportion de 274,6 $ que représente 13,73 $ est : 0,05
   Le pourcentage de réduction est le même dans les deux cas, on est donc dans une situation de proportionnalité. Donc le prix initial est : 41,19 $ / 0,05 = 823,8 $.

VI - Exercices de proportionnalité entre des longueurs et des longueurs … et donc avec des échelles

Je fais un produit en croix pour trouver la donnée manquante.

$$\frac{12500 \times 11}{1} = 137\,500 \text{ cm}$$

Je convertis 137 500 cm en km pour voir si je trouve le même résultat que dans l'énoncé : 1,375 km

$$\frac{137\,500}{100\,000} = 1,375 \text{ km} \qquad 1 \text{ km} = 100\,000 \text{ cm}$$

La distance entre ces 2 églises est bien de 1,375 km.

③ Je mets toutes les données sous la même unité pour pouvoir faire un tableau de proportionnalité.

1,750 km = 175 000 cm

1,750 × 100 000 = 175 000 cm   1 km = 100 000 cm

50 mm = 5 cm

$$\frac{50}{10} = 5 \text{ cm} \qquad 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}.$$

longueur sur le plan en cm	1	5
longueur réelle en cm	?	175 000

Je fais un produit en croix pour trouver la donnée manquante

$$\frac{1 \times 175\,000}{5} = 35000$$

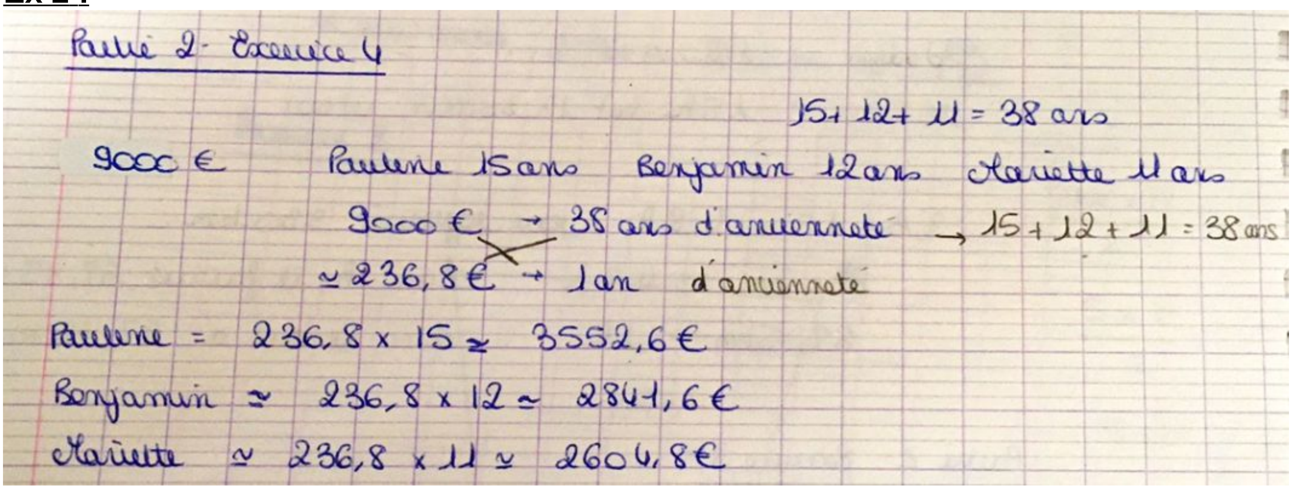
L'échelle de la carte est de $\frac{1}{35000}$

VII-d'autres types de problèmes- d'autres types de proportionnalité

Ex 1 : Si 12 ouvriers mettent 30 jours à effectuer le travail, et que tous les ouvriers travaillent au même rythme durant ces 30 jours, alors un seul ouvrier mettrait à lui tout seul 12 fois plus de temps, soit 12*30=360 jours pour finir ce chantier.
Si un ouvrier met 360 jours, à 15 ouvriers, ils mettraient 15 fois moins de temps, soit 360/15=24 jours.

On est dans une situation où une grandeur (le travail effectué) est proportionnelle à deux grandeurs (nombre d'ouvriers et nombre de jours) qui ne sont pas proportionnelles entre elles. On doit alors traiter séparément la proportionnalité entre travail/ouvrier puis travail/jour.

Ex 2 :



Partie 2- Exercice 4

15+12+11 = 38 ans

9000 € Pauline 15ans Benjamin 12ans Mariette 11 ans

9000 € → 38 ans d'ancienneté → 15+12+11 = 38 ans

≃ 236,8 € → 1an d'ancienneté

Pauline = 236,8 x 15 ≃ 3552,6 €

Benjamin ≃ 236,8 x 12 ≃ 2841,6 €

Mariette ≃ 236,8 x 11 ≃ 2604,8€

On peut également représenter la situation dans un tableau de proportionnalité :

Nombre d'année d'ancienneté	Pauline 15	Benjamin 12	Mariette 11	Total 38	1
Montant reçu (en €)	9000/38*15 = 3552,6315... ~3552,63 au cent. près	9000/38*12 =2842,1052... ~2842,11 au cent. près	9000/38*11 = 2605,2631... ~2605,26 au cent. près	9000	9000/38

Pour rédiger, on indiquera que les 9000€ sont à partager proportionnellement sur 38 années d'ancienneté au total. On peut alors calculer le montant pour une année ou présenter les données dans un tableau en indiquant à chaque fois les calculs faits et le résultat, éventuellement arrondi.

Ex 2bis :
Soit P le périmètre du triangle
P=4+3,5+2,5=10
Soit P' le périmètre du triangle semblable au premier
P'=24
Les deux triangles sont semblables, leurs longueurs des côtés sont proportionnelles, et par suite leur périmètre aussi. On peut calculer le coefficient de proportionnalité :

P'/P=2,4
4*2,4=9,6
3,5*2,4=8,4
2,5*2,4=6
6+8,4+2,5=24
Les côtés du triangle semblable de périmètre 24 mesurent 9,6 ; 8,4 et 6

On peut également représenter les données dans un tableau :

Triangle 1	4	3,5	2,5	10
Triangle 2	2,4*4	2,4*3,5	2,4*2,5	24

<u>Ex 3 :</u>

1.
Par définition du ratio, les proportions de billes possédées par chacun est :

Albert : 3/(3+4+5)=3/12=1/4
Bernard : 4/(3+4+5)=4/12=1/3
Charles : 5/(3+4+5)=5/12

Remarque : Si T=a+b+c le nombre total de billes, on peut dire que :
Albert possède au début de la partie T*1/4 =a
Bernard possède au début de la partie T*1/3=b
Charles possède au début de la partie T*5/12=c

2.
On reprend les calculs de 1 : 15+16+17=48. Après la partie les proportions de billes possédées par chaque joueur sont : Albert 15/48 ; Bernard 16/48=1/3 et Charles 17/48.

Au début Bernard possédait déjà 1/3 des billes, il a donc toujours le même nombre de billes.
Au début Charles possédait 5/12=20/48>17/48, il donc perdu des billes.
Celui qui a gagné des billes est donc Albert.

On sait qu'Albert a gagné 9 billes donc on en déduit :
T*15/48-T*3/12=9
T*3/48=9
T=144
Le nombre total de billes est 144.

<u>Ex 4 :</u>
6 vaches produisent 4000L en 30 jours donc 18 (=3x6) vaches produiront 3x4000L=12 000L en 30 jours
72 000L=6x12 000L il faut donc 6 fois plus de temps, soit 6x30jours = 180jours.

Problème où une grandeur (le volume de lait) est proportionnelle à deux autres grandeurs (le nombre de vaches et le nombre de jours) qui ne sont pas proportionnelles entre elles :

à traiter en 2 étapes, entre grandeurs proportionnelles (Lait/vaches puis lait/jours)

Ex 5 :

poules	oeufs
3	3
6	

×2

Six poules vont donc pondre 6 oeufs en trois jours.

• Si en 3 jours, 6 poules pondent 6 oeufs, combien vont-elle pondre d'oeufs en 6 jours ?

jours	oeufs
3	6
6	

×2

6×2 = 12

En 6 jours, 6 poules vont donc pondre <u>12 oeufs</u>

Encore un problème où une grandeur (les œufs) est proportionnelle à deux autres grandeurs (les poules et les jours) qui ne sont pas proportionnelles entre elles : traité en 2 étapes, entre grandeurs proportionnelles (œufs/poules puis œufs/jours)