

TD 12 – Proportionnalité – Correction

I – Exercices

Exercice 1 :

- A) Impossible de répondre à la question, ce n'est pas une situation de proportionnalité, le poids n'est pas proportionnel à l'âge.
- B) 50 encyclopédies seront 5 fois plus lourdes que 10 encyclopédies, donc elles pèseront $30 \times 5 = 150$ kg.
- C) Impossible de répondre à la question, ce n'est pas une situation de proportionnalité, on ne connaît pas la vitesse des cyclistes et le fait qu'ils soient plus nombreux ne les fera pas aller plus vite.
- D) Pour 20 kg d'oranges, on paye 5 fois plus cher que pour 4 kg, donc $3 \times 5 = 15$ €.
- E) Impossible de répondre à la question, ce n'est pas une situation de proportionnalité, on ne connaît pas la vitesse de marche et le parcours n'est peut-être pas le même.

Exercice 2 :

Sans coefficient de proportionnalité, ni de produit en croix :

- a) Pour 12 personnes, on multiplie par 2 :
300g de sucre
120 g de semoule
 $\frac{3}{2}$ litre de lait
- b) Pour 2 personnes, on divise par 3 :
50g de sucre
20 g de semoule
 $\frac{1}{4}$ litre de lait
- c) Pour 14 personnes, on additionne les quantités des deux questions précédentes :
350g de sucre
140 g de semoule
 $\frac{7}{4}$ litre de lait

Exercice 3 :

En imaginant une longueur de parcours de course, par exemple 30 mètres.

Le robot flash avance de 30 mètres en $3 \times 6 = 18$ secondes.

Le robot Plop avance de 30 mètres en $4 \times 5 = 20$ secondes.

C'est donc flash qui est le plus rapide.

Si on calcule les vitesses (autrement dit les coefficients de proportionnalité) :

$$v_{flash} = \frac{5}{3} \approx 1,67 \text{ m/s}$$

$$v_{plop} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ m/s}$$

$$v_{plouf} = \frac{15,3}{9,4} \approx 1,63 \text{ m/s}$$

C'est toujours flash qui arrivera le plus vite.

Exercice 4 :

Lorsque la largeur du rectangle est 9 cm et plus 6 cm, il devient difficile pour les élèves de lier la longueur et la largeur entre elles. Alors que 6 était la moitié de 12, donc la largeur était égale à la moitié de la longueur. Il était donc facile pour les élèves de déterminer la largeur des rectangles B, C et D à partir de la longueur (il suffisait de la diviser par 2).

Avec 9 cm de largeur, les élèves devront déterminer le coefficient de proportionnalité qui leur permet de passer du rectangle A au rectangle

Exercice 5 :

Sans utiliser le nombre de paquets de bonbons, il faut donc utiliser la propriété de linéarité multiplicative de la proportionnalité : il y a 3 fois plus de bonbons au caramel qu'à la fraise.

a) Si Léa a utilisé 40 bonbons à la fraise, alors elle a utilisé $40 \times 3 = 120$ bonbons au caramel.

b) Son papa a utilisé 104 bonbons à la fraise, donc il a utilisé $104 \times 3 = 312$ bonbons au caramel.

qu'ils doivent construire, puis utiliser ce même coefficient de proportionnalité pour obtenir la nouvelle largeur.	
Exercice 6 : Le mélange d'Alex a autant de gout que le mélange de Bintou, en effet il y a 3 fois plus de liquide et 3 fois plus de cuillers à soupe de chocolat. La proportion est la même.	Exercice 7 : La hauteur de l'Arc de Triomphe est de 50 m, c'est-à-dire 50 000 mm et en mesurant le segment sur la figure, on obtient 1,8 cm, c'est-à-dire 18 mm. Alors il est photographié à une échelle de $\frac{18}{50000} = \frac{9}{25000}$ A présent on mesure les différents monuments : - Notre Dame : 2,8 cm - Sacré cœur : 3,3 cm - Tour Montparnasse : 8,5 cm Ce qui donne, en multipliant par $\frac{25000}{9}$: - Notre Dame : à peu près 7 778 cm $\approx$ 78 m - Sacré cœur : à peu près 9167 cm $\approx$ 92 m - Tour Montparnasse : cm = m à peu près 23 611 cm $\approx$ 236 m

II – Analyse de travaux d'élèves

Exercice 1 :

Remarque :

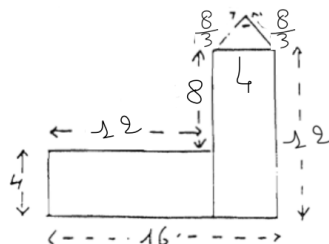
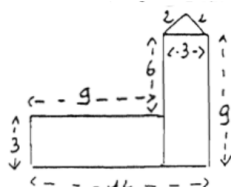
Ces problèmes portent sur la notion de proportionnalité. Les situations I, II et IV renvoient culturellement à la proportionnalité, et la situation III visiblement non.

Il s'agit donc de reconnaître des situations de proportionnalité et de les traiter par les moyens de son choix. Ici, au cycle 3, ce sont les propriétés de linéarité qui sont le plus adaptées. Dans les procédures plus expertes (recherche systématique du coefficient de proportionnalité ou le produit en croix ou la règle de trois), il y a une perte de sens. Alors qu'avec la linéarité, on raisonne vraiment sur la situation.

1) Résolution des exercices, utilisables en cycle 3 :

- Pour faire de la mousse au chocolat pour 9 personnes, il me faut 6 œufs**
- I- **Pour faire la même mousse au chocolat pour 15 personnes il me faut 10 œufs**
- a) Comme 9 personnes + 15 personnes = 24 personnes, il faut 6 + 10 = 16 œufs.
 - b) Comme 30 personnes c'est deux fois plus que 15 personnes, alors il me faudrait
 $10 \times 2 = 20$ œufs.
 - c) Comme 15 personnes – 9 personnes = 6 personnes, il faut 10 – 6 = 4 œufs.
- Avec 12 litres de lait, la fermière fait 16 petits fromages**
- II- **Avec 6 litres de plus, combien fera-t-elle de fromages en tout ?**
- Avec 6 litres de plus, cela représente la moitié des 12 litres en plus. Donc on pourra faire
 $16 + 8 = 24$ fromages en tout.
- A l'âge de 6 ans, Vincent pesait 17 kg ; à l'âge de 9 ans, il pèse 27 kg**
- III- **Peux tu me dire quel sera son poids à l'âge de 15 ans ?**
- On ne peut pas répondre, le poids n'est pas proportionnel à l'âge d'une personne.

- Voici le dessin d'un château avec ses dimensions. Sur la partie droite de la feuille, le dessin a été agrandi. Peux tu compléter les nouvelles dimensions (sans mesurer bien sûr) ?
- IV- Comme on a $12 - 3 = 9$, alors on obtient $16 - 4 = 12$.
Comme 6 est la moitié de 12, alors on prend 8 étant la moitié de 16.



2) Réussites, erreurs et procédures :

	Sébastien	Margaux	Mathilde
1-a	Résultat juste - procédure non explicite	dans les trois cas, Margaux a appliqué la même règle: pour n personnes, elle cherche p tel que $px^2=n$ et elle écrit que " le nombre d'oeufs est p" : procédure erronée ici.	Résultat faux : procédure non apparente : peut-être $24 = 15+9$ donc $f(24)=f(15)+9=10+9$ (9 personnes de plus, 9 oeufs de plus) : fonction additive
1-b	idem	voir ci-dessus.	Résultat juste : procédure non apparente, sans doute a-t-elle vu $30=15+15$, d'où la procédure attendue.
1-c	non réponse	voir ci-dessus	Résultat faux : sans doute : « 3 personnes de moins, 3 oeufs de moins ».
II	Résultat juste : procédure attendue (avec une erreur d'écriture (12:6 au lieu de 12:2))	22 vient probablement de $16 + 6$. L'erreur a peut être pour origine la lecture erronée de l'énoncé. (6 litres)	Résultat faux 2×12 ?
III	Réaction correcte	elle fait visiblement $27+17$; est-ce tout simplement pour faire une opération avec les poids donnés dans l'énoncé? est-ce parce qu'elle a remarqué que $6+9=15$? Cela signifierait qu'elle utilise ici la propriété additive de linéarité, ce qui est peu probable puisqu'elle n'a pas su l'utiliser dans I.	Elle remarque qu'en 3 ans, Vincent a grossi de 10kg, et applique cette règle "10kg en 3 ans". Elle applique la propriété "des écarts" à la fonction (âge, poids) (à un même écart d'âge correspond toujours le même écart de poids), propriété caractéristique des fonctions affines. Elle a voulu répondre à la question posée (pb de contrat didactique) et a cherché une règle simple.
IV	3 réponses exactes sur les 4 : procédure attendue pour 6 et 9 ; pour 2, peut-être l'élève a-t-il choisi l'entier le plus plausible?(ordre de grandeur) peut-être, devant la difficulté de calcul, retour à une fonction additive : $f(2)=2+1=3$ (et on trouve là une erreur très courante en CM)	On peut penser qu'elle a voulu utiliser une fonction additive, mais comme il n'y en a pas qui soit compatible avec $f(3)=4$ et $f(9)=12$ elle a distingué segments horizontaux et verticaux. Nous pouvons voir là la prégnance du modèle additif qui constitue un obstacle à la proportionnalité.	4 réponses fausses. Mathilde ajoute 4 à toutes les dimensions (sauf le toit). (Prégnance du modèle additif).

Exercice 2 : Classement de la moins experte à la plus experte :

Copie 2 : représentation du problème et dénombrement (dessin)

Copie 5 : linéarité multiplicative (n fois plus) en simulant l'ajout de groupes de 5 personnes (fort lien de la procédure avec le contexte)

Copie 4 : linéarité multiplicative

Copie 3 : retour à l'unité (non entière ici)

Copie 1 : coefficient de proportionnalité

Copie 6 : produit en croix (plus de lien avec le contexte dans la procédure)

Exercice 3 :

- 1)  Dans cet énoncé, qu'est-ce qui indique une situation de proportionnalité ?
« sa vitesse est constante » signifie que la distance parcourue est proportionnelle à la durée.
- 2)  Citer une difficulté que présente ce problème ?
la nécessité d'un raisonnement en deux étapes (calcul au préalable de la distance restante)
- 3)  Quelle est la propriété mathématique sous-jacente à la procédure de Théotime ?
Théotime utilise la linéarité multiplicative : $f(ku) = kf(u)$ (il divise par 3 et multiplie par 4)
La notation avec f n'est pas attendue.
Ou : homogénéité, coefficient scalaire, propriété multiplicative de la linéarité, ou coefficient multiplicateur, ou description du type « 3 fois moins, 4 fois plus, ... »,
- 4)  Quelle autre propriété est utilisée par Quentin pour obtenir 60 ?
Quentin rajoute la linéarité additive ($f(u+v)=f(u)+f(v)$ (il pose 105-45))
La notation avec f n'est pas attendue.
- 5)  Quelle procédure Cédric utilise-t-il ? Quel type d'erreur commet-il ?
Cédric passe par le coefficient de proportionnalité mais il commet une erreur d'énoncé (il ne calcule pas la distance restant à parcourir.)
- 6)  Analysez l'erreur commise par Rita.
Rita ajoute un même nombre aux deux grandeurs proportionnelles.
- 7)  Quelle propriété Tom utilise-t-il ? Quelles critiques peut-on apporter à son travail ?
Tom utilise la linéarité multiplicative en calculant le coefficient scalaire qui permet de passer de 90Km à 120 Km . Mais la division ne tombe pas juste, il ne réalise qu'un calcul approché.
Non demandé : il commet une erreur dans l'égalité $120 = 90 \times 1,33 + 0,030$ au lieu de $90 \times 1,33 + 0,3$

8)  Quelles semblent être les consignes de présentation données par l'enseignante ?

Quel intérêt y voyez-vous ?

Une partie gauche réservée aux raisonnements et une partie droite pour les opérations posées.

On peut y voir les intérêts suivants :

- c'est structurant pour que les élèves rédigent et répondent par des phrases.
- Il y a pour l'enseignant des critères clairs d'évaluation (raisonnement et choix des opérations d'une part et calculs d'autre part)
- Ce formalisme peut restreindre les moyens de résolutions, par exemple l'élève pourrait s'interdire de faire des schémas, dessins...

L'enseignante peut avoir aussi donné des consignes d'utilisation d'un tableau pour la gestion des données : cela est conforme aux apprentissages visés dans le domaine OGD (ici, avoir recours à un tableau est une aide pour organiser les calculs successifs).

III – Grandeurs composées

Dans les quatre égalités ci-dessous des nombreuses inversions ont été commises dans le placement des étiquettes numérotées de 5 à 12.

Il s'agit de reconstituer correctement ces égalités, en conservant la place des étiquettes numérotées de 1 à 4, et de compléter certaines étiquettes par les unités manquantes.

1	Distance réelle (en km)	x	10	Échelle sur la carte	=	7	Distance sur la carte (en km)
2	Capital placé (en €)	x	6	Taux de placement	=	12	Intérêt du capital (en €)
3	Durée du parcours (en s)	x	9	Vitesse moyenne (en m/s)	=	8	Distance parcourue (en m)
4	Durée de l'écoulement (en s)	x	11	Débit moyen (en m ³ /s)	=	5	Volume écoulé (en m ³)