CORRECTION – Résolution de problèmes

A. Analyser et représenter des problèmes

Exercice 1. On donne ci-dessous une liste de problèmes

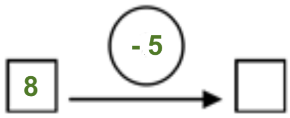
1. Résoudre chacun à l'aide d'un schéma en barres comme celui donné pour le problème 1.

2. Classer ces problèmes selon la catégorisation de Vergnaud.

Problème 1 : J'ai 8 billes. Je perds 5 billes. Combien ai-je de billes ?

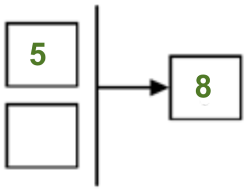
8	
5	3

Il s'agit de la transformation d'un état, plus précisément de la recherche de l'état final.



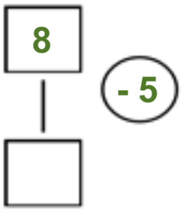
Problème 2 : J'ai 8 billes en tout, des billes rouges et des billes bleues. Cinq billes sont rouges. Combien de billes sont bleues ?

Il s'agit de la réunion ou de la composition de deux états, plus précisément de la recherche d'une partie.



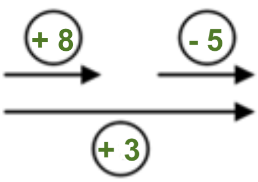
Problème 3 : J'ai 8 billes, mon ami en a 5 de moins. Combien de billes a-t-il ?

Il s'agit de la comparaison de deux états, plus précisément de la recherche de l'un des deux états.



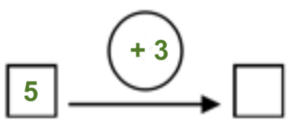
Problème 4 : J'ai gagné 8 billes puis j'ai perdu 5 billes. Combien ai-je gagné de billes ?

Il s'agit de la composition de transformations, plus précisément de la recherche de la transformation composée.



Problème 5 : J'ai 5 billes, je gagne 3 billes, combien ai-je de billes maintenant ?

Il s'agit de la transformation d'un état, plus précisément de la recherche de l'état final.



B. Analyser des erreurs et procédures d'élèves à l'aide des compétences

Extrait de la note de service n° 2018-052 du 25-4-2018 « La résolution de problèmes à l'école élémentaire ».

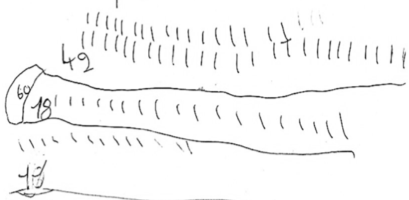
***« Modéliser » et « Calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire** qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés. En effet, lors de la résolution de problèmes, les principales difficultés rencontrées peuvent relever de :*
- difficultés à « modéliser » : l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues ;
- difficultés à « calculer » : les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calculs utilisés.

« La formalisation de ces exemples-types doit être l'occasion **d'introduire des représentations,** sous forme de schémas bien adaptés, permettant **la modélisation** des problèmes proposés. Ces représentations sont systématiquement utilisées lors des résolutions de problèmes menées face à la classe, afin de servir de référence aux élèves. Elles ne sont bien sûr jamais rendues obligatoires (en particulier pour les élèves en réussite qui n'en ont pas besoin), mais doivent servir de point d'appui, lors des séances d'enseignement, avec les élèves rencontrant des difficultés lors de la résolution d'un problème. »

Exercice 2. CRPE 2021

Une enseignante propose la situation suivante en cycle 2 :
« Pour le carnaval, la directrice d'école a acheté 71 masques. Il y a 42 masques de souris, 18 masques de chats et des masques de chiens. Combien y a-t-il de masques de chiens ? »

Les productions de 4 élèves sont reproduites ci-dessous.

Elève A	**Elève B**
42 + 18 = 60 IIIIIIIIIII 11 ¹42 + 18 = 60 Il y a que 11 masques de chiens.	71 masques  49 60 18 11 j'ai fai 42+18+11=71
Elève C	**Elève D**
c d u ¹71 + 42 + 18 = 111 71+42+18 = 111 J'ai fait 71+42+18 j'ai trouvais 111.	42+18+11=71 Il y a 11 masques de chiens.

1. En s'appuyant sur l'extrait de la note de service proposé ci-dessus, analyser les propositions d'élèves en termes de réussites et d'échecs pour chacune des compétences « modéliser » et « calculer ».

	Modéliser	Calculer
Elève A	L'élève a compris l'énoncé, il a prélevé les données, il s'est organisé en 2 étapes. Il arrive à conclure la bonne réponse et la donne dans une phrase réponse.	Il réalise une addition en colonne puis une addition à trou qu'il résout par un schéma. Il sait gérer l'unité. Il n'y a pas d'erreur.
Elève B	Il comprend qu'il y a 71 masques en tout avec 3 sous parties. Il cherche la partie manquante mais ne parvient pas utiliser ce résultat a bon escient. Il s'est perdu dans son raisonnement et ne donne pas le résultat attendu.	Il utilise une procédure basée sur un schéma qui est assez fastidieuse car il représente chacun des 71 masques puis ceux des 3 parties. Il trouve bien les 11 masques. Il ne calcule pas, sa procédure relève du comptage.
Elève C	L'élève ne parvient pas à modéliser la situation, il ne met pas vraiment de sens. Il ajoute les 3 données. Il donne une phrase réponse et explicite ses calculs.	Il effectue une addition en colonne de 3 termes, le chiffre des unités est juste mais pour celui des dizaines il oublie la retenue et aussi d'ajouter la dizaine du dernier terme. La difficulté vient sûrement du fait qu'il y a 3 termes, il avait pensé à noter la retenue.
Elève D	L'élève a su traduire le problème en une écriture mathématique : 42+18+11 =71 Il fournit une phrase réponse mais ne dit pas comment il trouve 11.	L'élève semble avoir procédé par calcul mental, il n'y a pas de trace de ses calculs, il écrit directement l'addition en ligne qui mène à 71. Il a sûrement trouvé que 42+18 =60 et qu'il fallait rajouter 11 pour arriver à 71.

2. En proposant le second problème ci-dessous, quelles erreurs risqueraient de ne pas être détectées ?

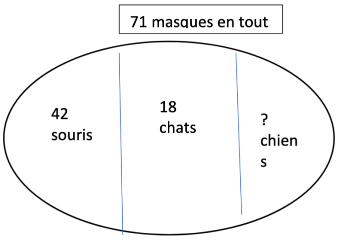
« Pour le carnaval, la directrice d'école a acheté 42 masques de souris et 18 masques de chiens. Combien la directrice a-t-elle acheté de masques au total ? »

Certains élèves qui ne mettent pas de sens, ont tendance à ajouter les données du problème. Ainsi ils calculeraient 42+18 mais on ne saurait pas s'ils ont réellement compris le problème.
De plus, il n'y a que 2 données et une seule étape, on ne saurait pas si l'élève est capable d'organiser ses recherches en 2 étapes et s'il sait prélever les données utiles.

3. Proposer deux pistes de remédiation qui pourraient être mises en œuvre pour l'élève C.

1ère piste par rapport au calcul : on peut lui proposer de séparer une addition de 3 termes en 2 additions de 2 termes, cela permet d'éviter une surcharge cognitive.

2ème piste par rapport à la résolution : on peut lui proposer de schématiser la situation pour qu'il prenne conscience que le total est 71 et qu'on recherche une partie de cet ensemble, ça doit être forcément plus petit.



Exercice 3. CRPE 2021

Après avoir introduit les nombres décimaux et l'addition des nombres décimaux, un enseignant de CM1 propose à ses élèves le problème ci-dessous.

> Chez le fromager, Madame Costa a dépensé 41 €.
> Elle a acheté une part de comté à 18,28 €, une part de beaufort à 15,72 € et un reblochon.
> Combien a coûté le reblochon ?

On a retranscrit ci-dessous les réponses de quatre élèves.

ÉLÈVE A

```
 1 1 1
     4 1
+ 1 8 , 2 8
+ 1 5 , 7 2
  3 4 , 4 1
```

La réponse est 34,41 €.

ÉLÈVE B

```
  1          1
+ 1 8        2 8
+ 1 5      + 7 2        33 + 100 = 34
  3 3       10 0
```

41 – 34 = 11 – 4 = 7
Il coûte 7 euros.

ÉLÈVE C

```
  1   1
+ 1 8 , 2 8            4 11
+ 1 5 , 7 2        – 31 3 , 1 0 0
  3 3 ,10 0             8 , 1 0 0
```

41 € – 33,100 € = 8,100 €.
Le reblochon coûte 8,10 €

ÉLÈVE D

```
  1 1  1
  1 8 , 2 8
+ 1 5 , 7 2
  3 4 , 0 0
```

41 + 34 = 70 + 5 = 75
Le reblochon a coûté 75 €.

1. Justifier qu'il est possible de proposer un tel problème alors que la soustraction des nombres décimaux n'a pas encore été étudiée.

Il est possible de proposer un tel problème, car on peut raisonner avec une addition de nombres décimaux, sans faire appel à la soustraction de nombres décimaux, car les deux nombres ajoutés ici donnent un résultat entier. Il s'agit donc d'effectuer une soustraction de nombres entiers.

2. En s'appuyant sur l'extrait de la note de service proposé ci-dessus, analyser les productions des quatre élèves en termes de réussites et d'erreurs pour chacune des compétences « Modéliser » et « Calculer ».

	Modéliser	Calculer
Élève A	La modélisation est fausse. Le problème n'a pas de sens pour l'élève. Il prend toutes les données de l'énoncé et les ajoute.	L'addition posée est fausse. L'élève maitrise bien l'addition posée des nombres entiers, mais pas celle des nombres décimaux. Les chiffres ne sont pas placés correctement (les entiers sous les entiers, etc). L'addition est effectuée comme s'il s'agissait d'entiers.
Élève B	Cet élève propose une bonne modélisation du problème. Les opérations écrites sont les bonnes (addition de deux données, puis soustraction).	L'élève effectue deux additions pour les parties entières d'une part, puis pour les parties décimales, mais en les considérant comme des entiers. Comme ici les parties décimales présentent deux décimales chacune, cette méthode n'est pas erronée. Le résultat de 34 euros est juste, mais le calcul est mal écrit « 33+100=34 », c'est en fait « 33 euros et 100 centimes font 34 euros ». Pour cet élève, les additions sur les nombres entiers sont maitrisées. L'élève maitrise les nombres décimaux, mais on ne peut pas se prononcer sur sa bonne maîtrise des additions posées sur les décimaux.

Élève C	Cet élève maitrise la modélisation du problème. Ce sont les bonnes opérations et les bonnes données qui sont écrites.	L'élève ne maitrise pas l'addition de nombres décimaux. La virgule est traitée comme une séparation entre deux nombres entiers et chaque partie est additionnée comme telle. La retenue entre le chiffre des dixièmes et le chiffre des unités n'est pas prise en charge correctement. De même, l'élève essaie de poser une soustraction de nombres décimaux, mais ne maitrisant pas la procédure, la partie décimale n'est pas traitée.
Élève D	La modélisation du problème est en partie erronée. La bonne opération est proposée au départ : une addition. Mais la deuxième opération est encore une addition, au lieu d'être une soustraction.	L'addition posée de nombres décimaux est maîtrisée, il en est de même de l'addition sur les nombres entiers.

3. Proposer une remédiation ou un accompagnement que l'enseignant pourrait mettre en place pour aider l'ÉLÈVE A à résoudre ce type de problème.
L'enseignant peut inviter l'élève à schématiser le problème afin de l'aider à résoudre le problème.

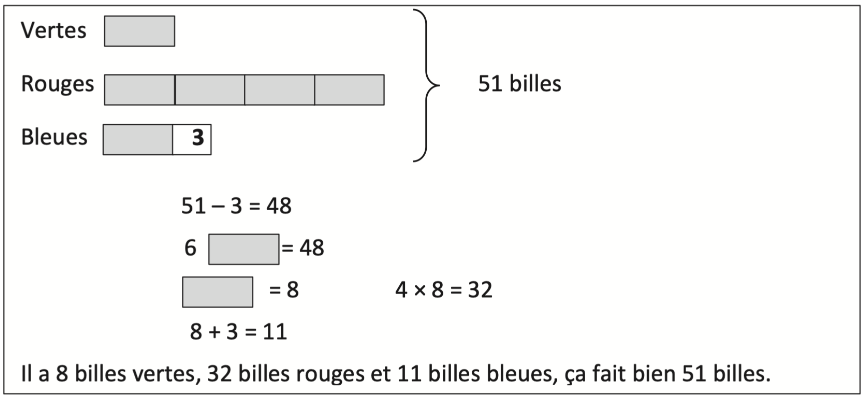
Exercice 4. CRPE 2022 – problème de math en fait…

Un enseignant d'une classe de CM2 a proposé ce problème à ses élèves.

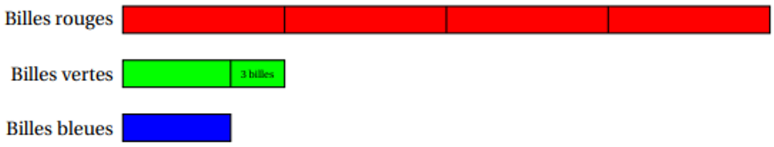
Dans un bocal, un enfant a des billes vertes, des billes rouges et des billes bleues. Il a 4 fois plus de billes rouges que de billes vertes et il a 3 billes vertes de plus que de billes bleues.
En tout il a 51 billes.
Combien a-t-il de billes de chaque couleur ?

D'après un problème du *Guide pour enseigner la résolution de problèmes au cours moyen*, Ministère de l'éducation nationale, 2021

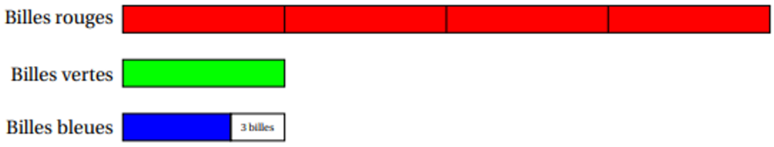
1. Voici la réponse proposée par Samira, une élève de la classe de CM2 :



Proposer une version corrigée du schéma utilisé par Samira pour résoudre le problème.



Ou encore



1bis. En CM2, le problème proposé est-il un problème basique, complexe ou atypique ?

Il s'agit d'un problème atypique (algébrique).

2. **a.** En notant v le nombre de billes vertes, déterminer, en fonction de v, le nombre de billes rouges et le nombre de billes bleues.
b. Mettre le problème en équation et la résoudre pour répondre algébriquement à la question posée dans l'énoncé.

2.a. Notons v le nombre de billes vertes.
Comme il y a quatre fois plus de billes rouges, le nombre de bille rouge s'exprime ainsi : $4v$.
Il y a trois billes vertes de plus que de billes bleues, il y a donc trois bille bleues de moins que de bille verte.
Le nombre de billes bleues est donc $v-3$.

$\boxed{\text{Il y a } v \text{ billes vertes, } 4v \text{ billes rouges et } v-3 \text{ billes bleues.}}$

2.b. Quand on ajoute le nombre de billes vertes, de billes rouges et de billes bleues on arrive à 51 billes.
On obtient donc l'équation suivante :

$$\begin{aligned} v+4v+v-3 &= 51 \\ 6v-3 &= 51 \\ 6v-3+3 &= 51+3 \\ 6v &= 54 \\ v &= \frac{54}{6} \\ v &= 9 \end{aligned}$$

D'après cette solution il y aurait : 9 billes vertes, $4\times 9 = 36$ billes rouges et $9-3=6$ billes bleues.
On vérifie que $9+36+6=51$.

$\boxed{\text{Il y a bien 9 billes vertes, 36 billes rouges et 6 billes bleues.}}$

Exercice 5.

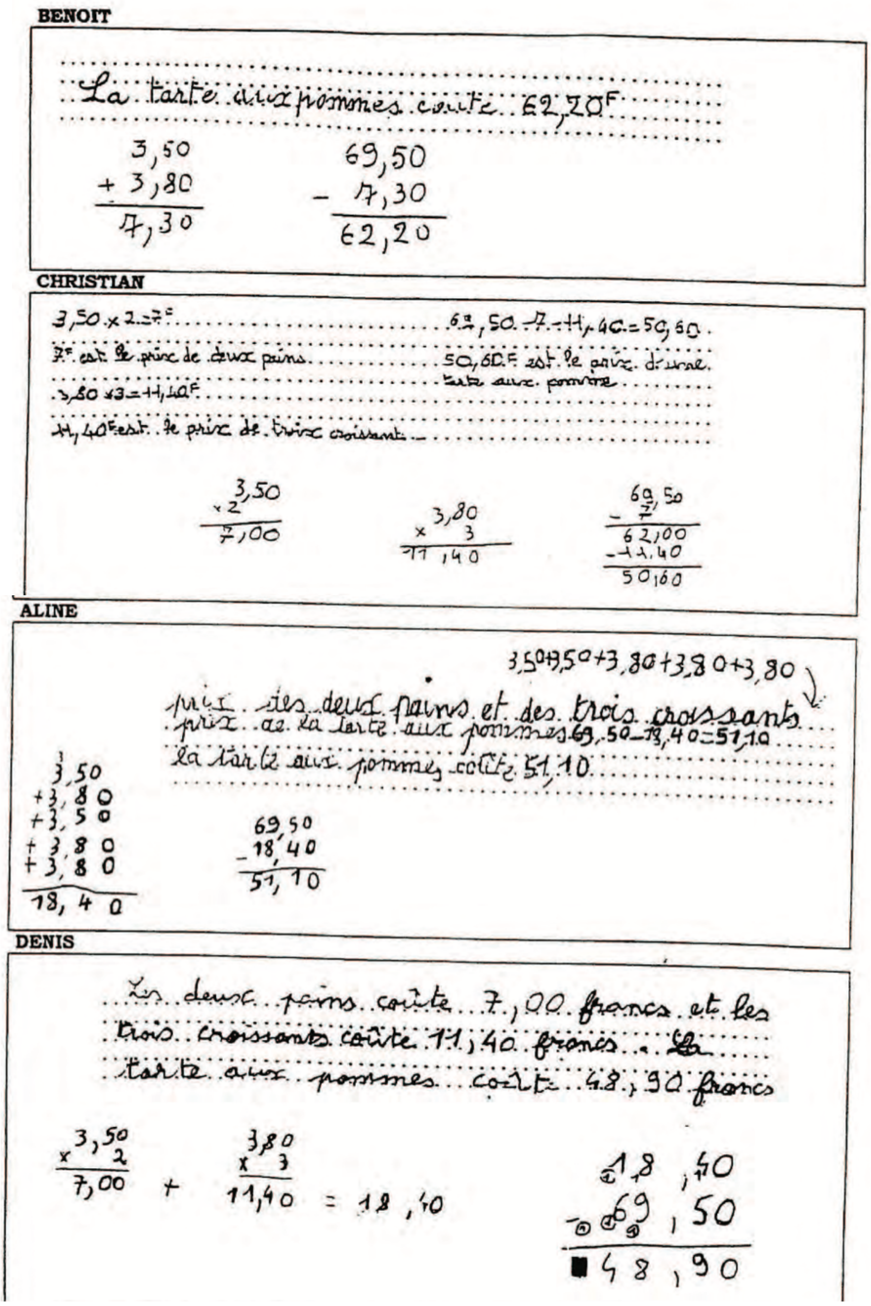
D'après CRPE 2001. On propose le problème suivant à des élèves de CM2 :

En 1990, Lucien a acheté deux pains à 3,50 F chacun ; trois croissants à 3,80 F pièce ; et une tarte aux pommes. Il a payé 69,50 F. Quel était le prix de la tarte aux pommes ?

1. Selon la catégorisation de C. Houdement (problèmes atypiques, basiques, complexes), à quelle catégorie ce problème appartient-il ?

1) Selon la classification de C. Houdement, Il s'agit d'un problème complexe (implicite).

2. On donne ci-dessous les productions de 4 élèves.


BENOIT

La tarte aux pommes coûte 62,20F

3,50 + 3,80 = 7,30

69,50 − 7,30 = 62,20

CHRISTIAN

3,50 x 2 = 7F

7F est le prix de deux pains

3,80 x 3 = 11,40F

11,40F est le prix de trois croissant

69,50 − 7 − 11,40 = 50,60

50,60F est le prix d'une tarte aux pomme

3,50 x 2 = 7,00 ; 3,80 x 3 = 11,40 ; 69,50 − 7 = 62,00 ; 62,00 − 11,40 = 50,60

ALINE

3,50+3,50+3,80+3,80+3,80

prix des deux pains et des trois croissants

prix de la tarte aux pommes 69,50−18,40=51,10

la tarte aux pommes coûte 51,10

3,50 + 3,80 + 3,50 + 3,80 + 3,80 = 18,40

69,50 − 18,40 = 51,10

DENIS

Les deux pains coûte 7,00 francs et les trois croissants coûte 11,40 francs. La tarte aux pommes coûte 48,90 francs

3,50 x 2 = 7,00 + 3,80 x 3 = 11,40 = 18,40

18,40 − 69,50 = 48,90

a. Analyser l'erreur de Benoit et en indiquer les origines possibles.

2°)

a) Benoît pense sans doute que les 2 pains coûtent 3,50F en tout et que les croissants coûtent 3,80F en tout.

Il peut s'agir d'une difficulté de compréhension des termes "chacun" et "pièce".

Une autre explication possible de l'erreur de Benoît serait le fait qu'il n'ait pas pris les nombres de pains et de croissants en compte parce qu'ils sont écrits en lettres.

b. Décrire la procédure de Christian. Quelle erreur a-t-il commise ?

b) Christian utilise la procédure que nous avons codée ***2*** **dans le tableau donné après.**

Il utilise le modèle multiplicatif et résout le problème en 3 étapes.

Il fait une erreur dans la soustraction 69,50 - 7 dans laquelle il oublie de reporter les centimes.

Il ne fait pas d'erreur dans la soustraction suivante qui est pourtant à retenues.

Il ne vérifie pas sa réponse.

c. Décrire la procédure d'Aline. Sur quelle variable didactique agir pour la faire changer de procédure ?

c) Aline utilise la procédure que nous avons codée *3* . Elle procède en deux étapes en utilisant un modèle additif. Le résultat est correct. Pour faire évoluer la procédure utilisée, il serait nécessaire d'augmenter le nombre de pains et de croissants de manière à ce que les calculs additifs deviennent trop coûteux.

d. Repérer et analyser l'erreur de Denis.

d) Denis utilise la procédure que nous avons codée *2* . Il effectue correctement les deux calculs multiplicatifs, trouve le prix global des petits pains et des croissants. Il fait une erreur dans le calcul du prix de la tarte aux pommes car il dispose mal l'opération et soustrait 18,40 à 69,50. Il semble cependant connaître assez bien la technique de la soustraction comme l'attestent les retenues posées. En effet, lorsqu'il effectue cette soustraction, il calcule correctement les centièmes, les dixièmes, les unités en plaçant les retenues convenablement. Pour les dizaines, il soustrait 7 à 11, en retenant une centaine, qu'il semble avoir abaissé devant le 4 du résultat et qu'il a noirci en raison peut-être d'une estimation de l'ordre de grandeur du résultat.

3.** Sachant que le prix d'un croissant dans la boulangerie de Lucien est maintenant de 1,20 €, de combien (en euros) le prix d'un croissant a-t-il augmenté ? Dans quelle proportion[1] ce prix a-t-il augmenté ?

3) 1 euro = 6,55957 Francs
Donc 3,80 F = 3,8 : 6,55957 ≈ 0 ,58 €
Un croissant coutait environ 0,58 € en 1990.
Le prix d'un croissant a donc augmenté de 1,20 – 0,58 = 0,62 €

En proportion, le prix du croissant a augmenté de (1,20 – 0,58)÷0,58 ≈1,07, soit environ 107% (utilisation de la formule donnée en bas de page).

On peut aussi faire un tableau de proportionnalité !

[1] On cherche donc le rapport entre l'augmentation du prix entre 1990 et 2022 et le prix en 1990 : (prix 2022 – prix 1990)/prix 1990… Le tout dans la même unité (franc ou euro)

Remarques sur l'exercice :

On peut trouver de nombreuses procédures acceptables :

1. Prix des deux pains 3,50 × 2 = 7 F Prix des trois croissants 3,80 × 3 = 11,40 F Prix des pains et des croissants 7 + 11,40 = 18,40 F Prix de la tarte aux pommes 69,50 - 18,40 = 51,10 F	*1'*. Prix des deux pains 3,50 +3,50 = 7 F Prix des trois croissants 3,80 + 3,80 + 3,80 = 11,40 F Prix des pains et des croissants 7 + 11,40 = 18,40 F Prix de la tarte aux pommes 69,50 - 18,40 = 51,10 F
2. Prix des deux pains 3,50 × 2 = 7 F Prix des trois croissants 3,80 × 3 = 11,40 F Prix de la tarte aux pommes 69,50 - 7 - 11,40 = 51,10 F	*2'*. Prix des deux pains 3,50 +3,50 = 7 F Prix des trois croissants 3,80 + 3,80 + 3,80 = 11,40 F Prix de la tarte aux pommes 69,50 - 7 - 11,40 = 51,10 F
3. prix des deux pains et des trois croissants (3,50 × 2) + (3,80 × 3) = 18,40 F Prix de la tarte aux pommes 69,50 - 18,40 = 51,10 F	*3'*. prix des deux pains et des trois croissants 3,50 + 3,50 + 3,80 + 3,80 + 3,80 = 18,40 F Prix de la tarte aux pommes 69,50 - 18,40 = 51,10 F
4. Prix de la tarte aux pommes 69,50 - (3,50 × 2) - (3,80 × 3) = 51,10 F	*4'*. Prix de la tarte aux pommes 69,50 - 3,50 - 3,50 - 3,80 - 3,80 - 3,80 = 51,10 F

b)
Les lignes du tableau précédent montrent des façons de procéder correspondant au nombre d'étapes intermédiaires envisagées pour résoudre le problème (ligne 1 : résolution en 4 étapes ; ligne 2 résolution en 3 étapes ; ligne 3 résolution en deux étapes, ligne 4 résolution en une seule étape).
Les colonnes du tableau précédent correspondent au modèle mathématique retenu : dans la première colonne, le modèle multiplicatif est convoqué ; dans la seconde seul le modèle additif est utilisé.

c)
Les compétences mathématiques requises pour résoudre le problème sont :
- la reconnaissance d'étapes intermédiaires indispensables à la résolution,
- la reconnaissance du modèle additif ou multiplicatif pour résoudre les différentes étapes,
- la maîtrise du calcul d'additions de soustractions des décimaux d'ordre 2 et éventuellement du calcul du produit d'un décimal par un entier.

On peut détailler davantage :
- donner une signification au contexte de la situation,
- identifier les données et ce qu'elles représentent,
- identifier les étapes intermédiaires,
- identifier les relations entre ses données (additives, soustractives, multiplicatives), et les traduire par des opérations,
- poser correctement les opérations,
- effectuer les calculs,
- reporter la réponse dans le contexte,
- vérifier la pertinence de la réponse.

Exercice 6. Extrait du document ressource : « Résolution de problèmes au cycle 3 ».

Problème : Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zed. Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds. Julien a 4 zeds. Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ?

a) Résoudre ce problème en expliquant les étapes de votre raisonnement.
b) Traduire ce problème par un calcul en ligne.
c) Vous trouverez ci-dessous quatre propositions de réponses. Essayez de les analyser c'est-à-dire de faire des hypothèses sur les erreurs éventuelles des élèves.

A. 1,06 zed	B. 1,16 zed	C. 5,06 zeds	D. 5,16 zeds

Cet exercice donné lors de l'évaluation TIMSS[2] a eu un taux de réussite de 42%

a) 1,87 + 3,29 = 5,16 (*on additionne le prix des deux bouteilles*)
Pour acheter une bouteille de jus de pomme et une bouteille de jus d'orange, il faut 5,16 zeds.
Julien a 4 zeds. Il lui manque donc 5,16 – 4 =1,16 zed

b) (1,87 + 3,29) – 4 = 1,16

c) A. L'élève a surement oublié la retenue dans la somme 1,87+3,26.
Il a donc trouvé que les deux bouteilles coûtaient 5,06 et qu'il manquait donc à Julien 5,06-4 = 1,06 zed

B. C'est la bonne réponse. Pas d'erreur.

C. L'élève a surement additionné le prix des deux bouteilles et a fait une erreur (oubli de la retenue). Il a ensuite oublié de calculer la somme manquante à Julien.

D. L'élève a correctement additionné le prix des deux bouteilles (1,87 + 3,29) mais il n'a pas calculé la somme manquante à Julien.

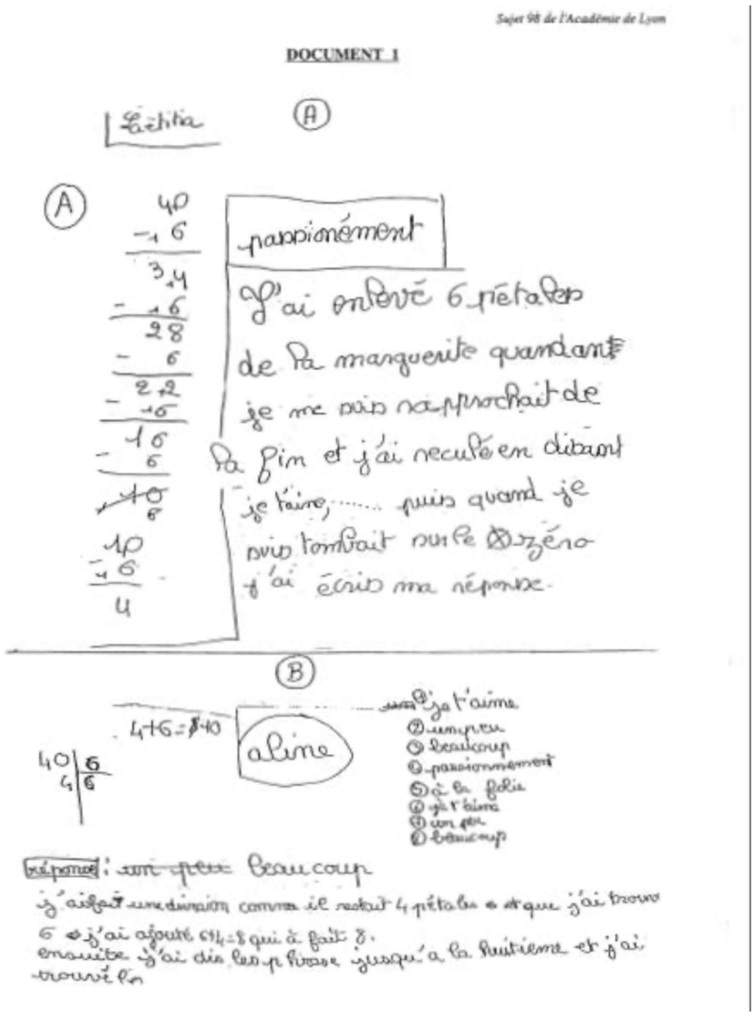
[2] Timss : Trends in International Mathematics and ScienceStudy ; enquête internationale mesurant les acquis des élèves de CM1en mathématiques et en sciences.

C. Résolution de problèmes : la division

Exercice 7.

On effeuille une marguerite de 40 pétales en disant : "je t'aime, un peu, beaucoup, passionnément, à la folie, pas du tout ; je t'aime, un peu, etc. " Par quelle déclaration terminera-t-on ?

1) Résoudre le problème.
2) les documents 1,2 et 3 sont constitués par les productions de six élèves de CM2, en réponse au problème ci-dessus.
   a) Identifier les différents types de procédures utilisées, en précisant leurs avantages et leurs inconvénients.
   b) Analyser chaque production (qualités, défauts, erreurs).
   c) Que proposeriez-vous pour amener les élèves A et D à utilise rune procédure experte


Sujet 98 de l'Académie de Lyon

DOCUMENT 1

Laëtitia (A)

(A)

40 − 6 = 34 ; 34 − 6 = 28 ; 28 − 6 = 22 ; 22 − 6 = 16 ; 16 − 6 = 10 ; 10 − 6 = 4

passionément

J'ai enlevé 6 pétales de la marguerite quand je me suis rapprochait de la fin et j'ai reculé en disant je t'aime, …… puis quand je suis tombait sur le zéro j'ai écris ma réponse.

(B)

4+6=10

aline

40 | 6
4 | 6

① je t'aime
② un peu
③ beaucoup
④ passionnement
⑤ à la folie
⑥ je t'aime
⑦ un peu
⑧ beaucoup

réponse : ~~un peu~~ Beaucoup

j'ai fait une division comme il restait 4 pétales et que j'ai trouvé 6 j'ai ajouté 6+4=8 qui a fait 8.
ensuite j'ai dis les phrase jusqu'a la huitième et j'ai trouvé l..

DOCUMENT 2

Laura

C

$$\begin{array}{r|l} 40 & 6 \\ \hline 10 & 5 \end{array}$$

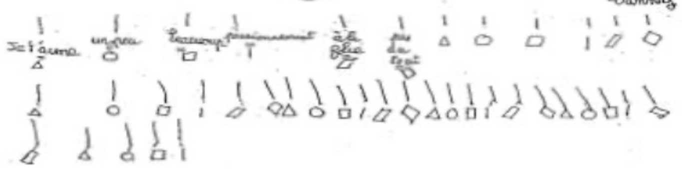
40 : 6 = 5 r 10

La déclaration est « beaucoup »

J'ai pris les 40 pétales et les 6 déclarations je les ai diviser et le résultat et 5 reste 10. Donc nous jusqu'à 5 les déclarations et nous trourons « à la folie ». Mais il y a reste 10 alors nous repartons de « à la folie » et cette fois nous trourons « beaucoup ».

D

Jimmy



La déclaration terminera par « passionnement ».

DOCUMENT 3

E

Guillaume

6 X 7 = 42

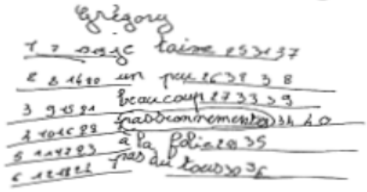
6 − 2 = 4

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times\ 7 \\ \hline 42 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ -\ 2 \\ \hline 4 \end{array}$$

J'ai compter combien il y avais de mot j'ai trouver 6 puis j'ai diviser 6 par 40 et j'ai trouver 7 j'ai fait 7X6 et egale à 42 j'ai fait 6 − 2 = 4

F

Grégory



On termine cette déclaration « passionnement »

1) Il y a 6 déclarations : « je taime », « un peu », etc…
   On effectue la division euclidienne de 40 par 6 : $40 = 6 \times 6 + 4$
   Le reste de cette division est 4, la 40ème déclaration (correspondant au 40ème pétale) est donc la 4ème, c'est-à-dire « passionnement ».

2) **a)**

Les productions proviennent de six élèves de CM2. Nous pouvons identifier quatre types de procédures (voir détails question 3), dont trois s'appuient sur le calcul :

Procédure basée sur une énumération, évoquant l'action de l'effeuillage : D et F

Procédure basée sur un calcul soustractif : A

Procédure basée sur un calcul multiplicatif : E

Procédure basée sur un calcul de type division euclidienne : B et C

Inutile de détailler davantage dans cette question. C'est plus un classement des productions qui est attendu.

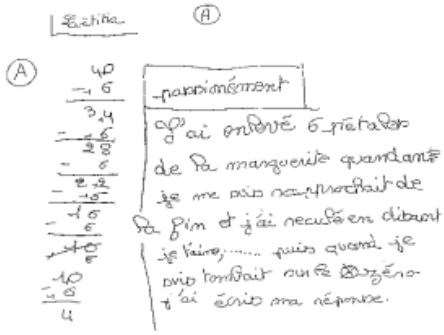
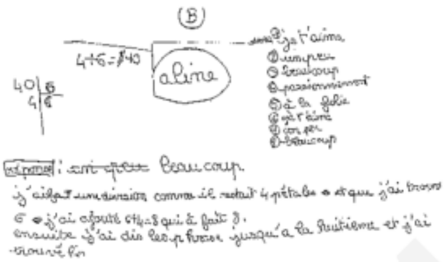
Élèves B et C –→ Pose de la division euclidienne (dans laquelle la soustraction (40−36 pour l'élève B et 40−30 pour l'élève C) est opérée mentalement). Les résultats quotient et reste de cette division euclidienne sont tous deux additionnés (par un calcul en ligne pour l'élève B, par surcomptage pour l'élève C ; mais l'addition dénote une mécompréhension de la situation) pour déduire la déclaration terminale.

Élève E –→ Recherche d'un multiple du diviseur proche du dividende (probablement par lecture inverse des tables) et utilisation de ce multiple pour en déduire additivement la réponse (par un raisonnement cohérent montrant une belle maîtrise du sens des opérations).

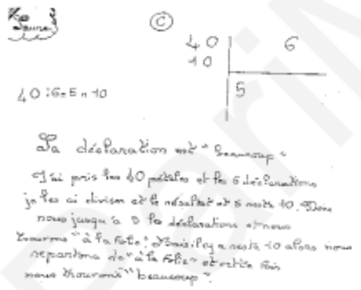
Élève A –→ Soustractions itérées et posées du diviseur depuis le dividende pour obtenir le reste qui est interprété correctement sur la suite des déclarations.

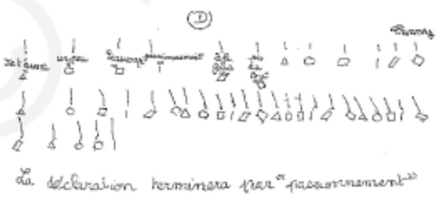
Élève D –→ Il prend appui sur une schématisation de la situation dans laquelle on voit un trait par pétale et un symbole associé à chaque déclaration et la conclusion provient de la lecture du symbole associé à la dernière déclaration.

Élève F –→ Il prend appui sur une schématisation de la situation dans laquelle on voit un numéro par pétale et une ligne par déclaration et la conclusion provient de la lecture de la ligne associée à la dernière déclaration.

Elève A 	L'élève A fait des soustractions successives de 6 jusqu'au reste 4, ce qui est correct. Sa procédure, basée sur le calcul, représente les différentes étapes de l'effeuillage. Son explication pour conclure, après avoir trouvé 4, n'est pas très explicite avec l'expression «j'ai reculé ». La ritournelle récitée dans le bon sens ou à l'envers à partir de *je t'aime*, donne dans les deux cas *passionnément* ! La réponse correspond bien au moment où il ne reste plus de feuille. Avec cette petite réserve, procédure et réponse sont correctes. (l'orthographe un peu moins !)
Elève B 	L'élève B démarre par une procédure experte. Il pose la division de 40 par 6, trouve le quotient et le reste exact. Par contre il ne sait pas les interpréter. Il ajoute ces deux données et se trompe dans son calcul. Il énumère ensuite les mots possibles, en référence à son résultat, mais oublie '*pas du tout'*. Procédure correcte au départ, mais il ne sait pas lui donner du sens et en exploiter le résultat.

b)

Elève C 	L'élève C pose la division de 40 par 6, mais se trompe dans le quotient et le reste ($r > q$). Il interprète ensuite ces résultats sans leur donner sens dans le problème : il récite la liste des mots jusqu'au cinquième, en référence au quotient 5, puis jusqu'au dixième en référence au reste 10. Si la procédure de division est correcte, il n'en maitrise ni la technique, ni le sens.

Elève D 	Enumération codée de l'effeuillage. Chaque symbole représente un mot. L'élève D mène à terme son énumération en écrivant les 40 symboles. La procédure est lourde, difficilement transposable à de grands nombres, mais correcte. La réponse est juste.
Elève E	L'élève E, comme il le décrit, a compté les mots. Il écrit aussi avoir fait une division de 6 par 40 (au lieu

Guillaume (E) $6 \times 7 = 42$ $6 - 2 = 4$ $\begin{array}{r} 6 \\ \times\ 7 \\ \hline 42 \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ -\ 2 \\ \hline 4 \end{array}$ J'ai compter combien il y avais de mot j'ai trouver 6 puis j'ai diviser 6 par 40 et j'ai trouver 7 j'ai fait 7x6 et egale à 42 j'ai fait 6 - 2 = 4	de 40 par 6), mais c'est la multiplication qui est retranscrite. Il trouve le multiple de 6, juste supérieur à 40 (42), prend en compte qu'il a dépassé de 2. Son calcul $6 - 2 = 4$ fait penser à une bonne compréhension de la situation, mais il ne rédige pas la réponse. On ne peut donc pas savoir l'interprétation qu'il fait de ses calculs.
Elève F (F) Grégory [illegible] taime [illegible] [illegible] un peu [illegible] beaucoup [illegible] [illegible] passionnement [illegible] [illegible] à la folie [illegible] 35 [illegible] pas du tout [illegible] 36 On termine cette déclaration "passionnement"	L'élève F énumère l'effeuillage de manière organisée. La liste des nombres jusqu'à 40, en vis-à-vis des réponses successives fait ressortir leur périodicité (6). La procédure est longue mais correcte. La réponse est juste.

c) Les procédures mises en œuvre par l'élève A et l'élève D sont correctes mais longues et fastidieuses (surtout pour l'élève D).
Afin de les amener à une procédure experte, on pourrait augmenter la variable didactique « nombre de pétales ».

D. Résoudre des problèmes

<u>Exercice 8.</u> Résoudre chacun des problèmes ci-dessous, issus du document ressource Eduscol « Résolution de problèmes au cycle 3 ». Analyser ces problèmes en indiquant à quelles catégories ils appartiennent, selon la classification de C. Houdement et selon la classification des problèmes additifs (Vergnaud) ou multiplicatifs.

Problème_1: « Marius revient du marché. Il a acheté 750 g de fraises, un demi-kilogramme d'abricots et a oublié la masse des kiwis achetés. Le contenu de son panier pèse 1,650 kg. Quelle est la masse des kiwis ?

Problème_2: Jean part de Paris, il doit passer par Melun et être à Fontainebleau à 10 heures ; la distance Paris-Fontainebleau est de 65 km et il y a 15 km de Melun à Fontainebleau. Quelle est la distance entre Paris et Melun ?

Problème_3: Marie fête son anniversaire le 22 septembre : elle a 11 ans. Elle dit à sa maman : "J'ai exactement 32 ans de moins que toi !" Quel est l'âge de Maman ?

Problème_4: « Amir, Naël et Jeanne ont ramassé des fraises dans leur jardin. Amir en a ramassé 3,4 kg et Naël 1,5 kg. Ensemble, les deux frères en ont ramassé 2,6 kg de plus que leur sœur. Quelle masse de fraises Jeanne a-t-elle ramassée ? »

Problème_5: Une famille de 3 personnes séjourne pendant 6 jours à la résidence "des 3 îles" ; le tarif journalier de la pension est de 45€ par personne. Calcule le montant de la dépense. »

Problème_6: Pour Noël, Jean, qui dispose de 84€, a décidé d'offrir le même livre à ses 4 amis ; il paye 74€. Quel est le prix d'un livre ? »

Problème_7: « Un rallye cycliste comporte 105 km ; le départ est à 7 heures le matin ; les relais sont distants de 5 km ; chaque participant doit pointer au départ, à chaque relais, et à l'arrivée. Combien de fois doit-il pointer ? »

Problème_8: Maëlys a acheté 4 planches de 2,5 mètres de long chacune. Combien de planches de 1 mètre de long peut-elle scier à partir de ces planches ? »

Problème_9: Agathe et Ben ont dépensé 65€. Agathe et Chloé ont dépensé 185€. Chloé a dépensé trois fois plus que Ben. Combien Agathe a-t-elle dépensé ?

Problème_10: Dans un paquet de billes rouges, vertes ou bleues, il y a 162 billes. Il y a trois fois plus de billes rouges que de billes vertes et il y a 7 billes vertes de moins que de billes bleues. Combien y a-t-il de billes rouges ? »

Problème_11: Un restaurant propose un menu du jour à 18€ ; il y a 4 choix possibles pour l'entrée, 3 choix possibles pour le plat principal et 2 choix possibles pour le dessert. Combien de menus différents (entrée-plat-dessert) peut-on constituer ?

Problème_12: Dans une ferme, il y a des lapins et des poules. Pour faire chercher le nombre de poules et de lapins à son frère, Cindy lui dit qu'il y a 114 pattes et 40 têtes. Combien y a-t-il de poules et combien y a-t-il de lapins dans la ferme ?

Problème_13: Combien peux-tu écrire de nombres à deux chiffres en utilisant uniquement les chiffres 2, 3, 4 et 5 ? Le même chiffre ne peut être utilisé qu'une fois.

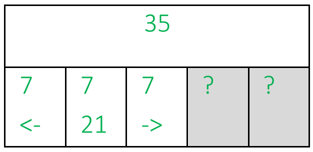
Problème_14: La somme des chiffres de l'année 2022 est 6. Trouve toutes les années entre l'an 2000 et l'an 3000 qui ont une somme de leurs chiffres égale à 6.

Problème_15: Lors d'une expédition en Amazonie, 21 voyageurs avec 45 caisses de matériel doivent utiliser une pirogue pour se rendre au point de départ de leur expédition. Le conducteur de la pirogue leur annonce qu'il ne peut transporter que 5 voyageurs à la fois, car il n'a que 5 gilets de sauvetage en plus du sien. Pour des raisons de place dans la pirogue, il ne peut transporter que 7 caisses de matériel à la fois, quel que soit le nombre de personnes transportées. Combien faut-il prévoir de voyages en pirogue pour transporter l'intégralité des voyageurs et de leur équipement ?

<u>Exercice 9.</u> Résoudre chacun des problèmes ci-dessous. Un schéma en barres peut aider…

Problème 1. Lorenzo a 35 €. Il en utilise les 3/5 pour s'acheter un manteau. Combien lui reste-t-il d'argent après son achat ?

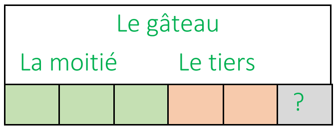
$\frac{3}{5} \times 35 = 21$ Le manteau coûte 21 €. Alors $35 - 21 = 14$. Il lui reste 14 € après son achat.



Problème 2. Manon mange la moitié du gâteau au chocolat et Laura un tiers.
Quelle fraction du gâteau reste-t-il ?

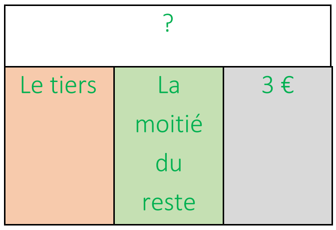
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

$\frac{5}{6}$ du gâteau a été mangé. Il reste donc $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ du gâteau.



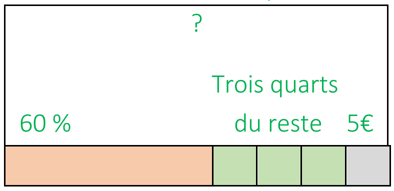
Problème 3. Urbain dépense le tiers de son argent, puis la moitié de ce qui lui reste. Il n'a plus alors que 3 euros dans son portefeuille. Combien avait-il au départ ?

Lorsque Urbain dépense le tiers de son argent, il lui reste $\frac{2}{3}$. La moitié de $\frac{2}{3}$ représente $\frac{1}{3}$. Alors si $\frac{1}{3}$ vaut vaut 3 €, la somme de départ vaut $3 \times 3 = 9$ €.



Problème 4. Alice dépense 60 % de son argent de poche pour acheter un livre. Elle donne les ¾ de ce qui lui reste pour rembourser son frère. Maintenant elle n'a plus que 5€. Quelle était sa fortune au départ ?

Si 5 € représente le dernier quart restant, alors les trois quarts restants représentent 15 €. Le reste représente alors 20 €. Les 40 % de la fortune valent 20 €. Donc la fortune vaut 50 €.

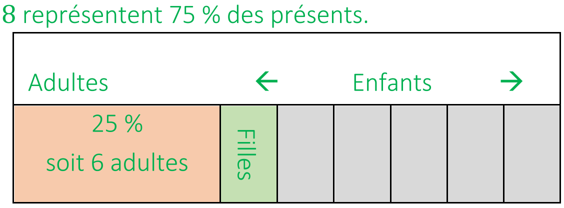


Problème 5. 25% des personnes à un pique-nique étaient des adultes. Un sixième des autres étaient des filles. S'il y avait six adultes, combien de garçons étaient présents au pique-nique ?

Si 6 adultes représentent 25 % des présents, alors $3 \times 6 = 18$ représentent 75 % des présents.

Il y a donc 18 enfants, dont $\frac{1}{6}$ sont des filles.

Alors il y a $\frac{1}{6} \times 18 = 3$ filles et $18 - 3 = 15$ garçons.



Problème 6. A une fête sportive, deux fois plus d'élèves ont choisi le basket que la natation. Le nombre d'élèves qui ont choisi le basket est un quart du nombre d'élèves qui ont choisi le foot. Si 210 élèves de plus ont choisi le foot que la natation, combien d'élèves ont choisi le basket ?

Les 210 élèves de plus qui ont choisi le foot plutôt que la natation représente 7 fois le nombre d'élèves ayant choisi la natation.

Donc 210 : 7 = 30 élèves ont choisi la natation et ainsi $2 \times 30 = 60$ élèves ont choisi le basket.