

TD8 : GEOMETRIE ET GRANDEURS 1_CORRECTION

REMARQUE : il vous est proposé dans ce corrigé une correction (il en existe d'autres !)

Propriétés utilisées pour les exercices :

P1 : Dans un triangle , la somme des angles est égale à 180°

P2 : Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont la même mesure

P3 : Dans un triangle, la longueur d'un côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

P4 : Deux angles symétriques par rapport à un point ont la même mesure d'angle.

P5 : Deux segments symétriques par rapport à un point sont de même longueur.

P6 : Deux droites parallèles à une troisième sont parallèles entre elles.

EXERCICE 1

a) Construire les triangles suivants.



Il s'agit de tracer un triangle :

- GHI rectangle en I connaissant la longueur de 2 cotés (équerre et compas)
- connaissant les mesures des trois angles or $40+60+110= 210$.

Le triangle n'est pas constructible.(P1)

b) Construire un triangle PQR isocèle en Q tel que $PR = 5$ cm et $\widehat{PQR} = 50^\circ$.
Comme le triangle est isocèle en Q alors les angles à la base $\widehat{P}$ et $\widehat{R}$ mesurent 65°
(P2 et P1)

Il s'agit de construire un triangle connaissant la longueur d'un côté et la mesure des angles à ces extrémités (règle et rapporteur)

c) Construire un triangle STU rectangle isocèle en S tel que la longueur de l'hypoténuse est de 5 cm.

Même procédure que b) en commençant par le tracé de la base (hypoténuse) [TU] (règle et rapporteur-vérification éventuelle de l'angle droit avec l'équerre)

d) Construire le triangle VWX tel que $VW = 5$ cm, $WX = 2$ cm, $XV = 8$ cm.

Il s'agit de construire un triangle connaissant les longueurs des trois cotés or $8 > 5+2$. **Le triangle n'est pas constructible.(P3)**

EXERCICE 2

Construire si possible un triangle ABC dans les cas suivants : justifier les cas de non-construction

a) $AB = 4$ cm, $\widehat{ABC} = 40^\circ$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$

Tracer le segment [AB] puis les deux angles dont les sommets sont les extrémités du segment.

b) $AB = 5$ cm, $\widehat{ABC} = 65^\circ$, $\widehat{BAC} = 33^\circ$, $\widehat{ACB} = 33^\circ$

Impossible (P1)

c) $AB = 5$ cm, $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $BC = 3$ cm

Tracer le segment [AB], puis l'angle $\widehat{B}$ et placer le point C. Le relier à A

EXERCICE 3

Construis les parallélogrammes ABCD, EFGH et IJKL de centre M respectant les conditions suivantes.

a) $AB = 5$ cm, $AD = 3,5$ cm et $BD = 7$ cm.

Il s'agit de construire le triangle ABD connaissant les trois longueurs des cotés puis de placer le quatrième sommet C par : symétrie centrale (C image de a par la symétrie le centre du parallélogramme) ou par tracés de parallèles $(BC) \parallel (AD)$ et $(AB) \parallel (DC)$

b) $EF = 2$ cm, $EH = 4,5$ cm et $EG = 3,5$ cm.

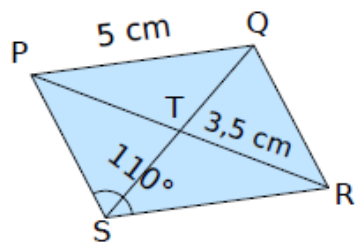
Même procédure que a) après avoir utilisé le fait que les cotés opposés ont la même longueur

c) $IJ = 6$ cm, $JM = 5$ cm et $IM = 4$ cm.

Il s'agit de construire le triangle IJM connaissant les trois longueurs des cotés puis de placer les autres sommets par symétrie de centre M

EXERCICE 4 :

Source : Sésamath cycle 4 -2016 PQRS est un parallélogramme de centre T.



Quelle est la mesure du segment [TP] ? Justifier la réponse.

TP=3,5 cm la diagonale [PR] admet T comme milieu

Déterminer toutes les mesures de longueurs ou d'angles qu'il est possible de déterminer en justifiant le raisonnement et les éventuels calculs.

SR= 5cm cotés opposés de même mesure de longueur ;

$\widehat{PQR} = 110^\circ$ angles opposés de même mesure

$\widehat{PQR} = \widehat{PSR} = \frac{360 - 2 \times 110}{2} = 70^\circ$ somme des angles du parallélogramme égale à 360° et angles opposés de même mesure

EXERCICE 5

Calculer les aires des figures colorées.

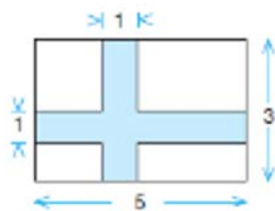


figure A

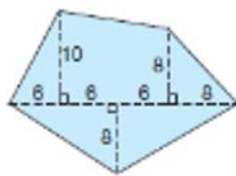


figure B

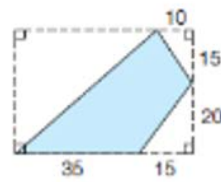


figure C

Aire d'un rectangle= longueur*largeur

Aire d'un triangle= (base*hauteur)/2

Aire d'un trapèze : ((petite base+grande base)*hauteur))/2

Figure A : $5 \times 3 - 4 \times 1$

Figure B : $(6 \times 10)/2 + ((10+8) \times (6+6))/2 + (8 \times 8)/2 + ((6+6+6+8)+8)/2$

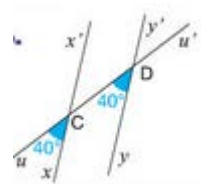
Figure C : $((35+15) \times (20+15))/2 - (35+15-10) \times (20+15)/2 + 10 \times 15/2 - 20 - 15/2$

EXERCICE 6

Source : cahier Transmath 5^{ème}, Nathan, 2019

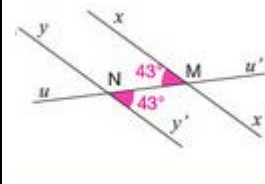
1. Pour chaque figure, les droites (xx') et (yy') sont-elles parallèles ? Justifier.

Figure A



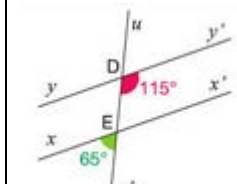
Les angles bleus sont des angles **correspondants** et de même mesure, donc les droites (xx') et (yy') sont parallèles

Figure B



Les angles roses sont des angles **alternes internes** et de même mesure, donc les droites (xx') et (yy') sont parallèles

Figure C

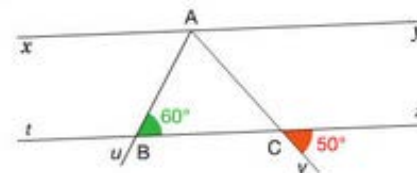


$\widehat{yDE} = \widehat{yDy'} - \widehat{EDy'} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$
 $\widehat{yDE}$ et $\widehat{xEu}$ sont des angles **alternes internes** et de même mesure, donc les droites (xx') et (yy') sont parallèles

2. Données :

$(xy) \parallel (tz)$; $A \in (xy)$

$[Au]$ et $[Av]$ coupent (tz) respectivement en B et C



Quelle est la mesure de chacun des angles $\widehat{ACB}$, $\widehat{yAC}$ et $\widehat{xAB}$? Justifier.

- $\widehat{ACB} = \widehat{yAC} = 50^\circ$ (Angles opposés par le sommet)
- $\widehat{yAC} = \widehat{yAC} = 50^\circ$ (Angles correspondants portés par des droites parallèles)
- $\widehat{xAB} = \widehat{tBv} = \widehat{ABC} = 60^\circ$ (Angles correspondants portés par deux droites parallèles et angles opposés par le sommet)

EXERCICE 7

On considère la figure suivante où les droites (AB) et (FG) sont parallèles

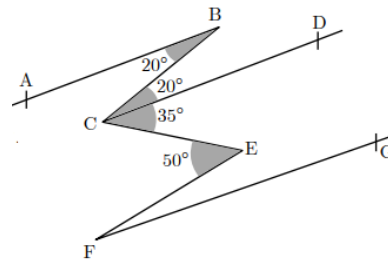
1. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Deux angles ABC et BCD alternes internes de même mesure, donc (AB) parallèle à (CD)

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$.

AB // (FG) et (AB) // (CD) donc (CD) // (FG) : **P6**
(CE) coupe (FG) en Z.

$\widehat{FEZ}$ supplémentaire à $\widehat{CEF}$, donc $\widehat{FEZ} = 130^\circ$. $\widehat{EZF}$ et $\widehat{DCZ}$ sont des angles alternes internes portés par des droites parallèles donc $\widehat{EZF} = 35^\circ$
D'après **P1**, dans le triangle EFZ : $\widehat{EFZ} = \widehat{EFG} = 15^\circ$



EXERCICE 8 :

On considère la figure codée suivante où les points

J, E et I sont alignés.

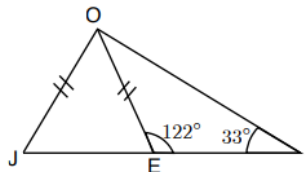
1) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EOI}$.

D'après **P1** appliqué au triangle EOI, l'angle $\widehat{EOI}$ mesure 25°

2) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OEJ}$

Les angles $\widehat{EOI}$ et $\widehat{OEJ}$ sont supplémentaires donc l'angle $\widehat{OEJ}$ mesure 58°

3) Les droites (OJ) et (OI) sont-elles perpendiculaires ?

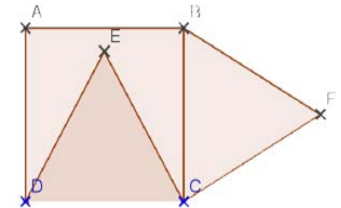


Le triangle JEO est isocèle en O, d'après **P1** et égalité de mesure d'angle à la base d'un triangle isocèle alors $\widehat{JOE} = 64^\circ$. $\widehat{JOE} + \widehat{EOI} = 64^\circ + 25^\circ = 89^\circ$.
L'angle $\widehat{JOI}$ n'est pas droit, donc les droites (OJ) et (OI) ne sont pas perpendiculaires.

EXERCICE 9

Sur la figure ci-contre, le quadrilatère ABCD est un carré et les triangles DEC et BFC sont équilatéraux.

Démontrer que les points A, E et F sont alignés.



- DAE est isocèle, son angle $\widehat{DAE}$ mesure 30° , et donc les deux autres, en particulier $\widehat{DEA}$, valent 75° .
- Les angles du triangle équilatéral AEB mesure 60° en particulier $\widehat{AEB}$.
- Le triangle EBF est rectangle isocèle en B et $\widehat{BEF} = 45^\circ$.

$\widehat{DEF} = \widehat{DEA} + \widehat{AEB} + \widehat{BEF}$ et $\widehat{DEF} = 75^\circ + 60^\circ + 45^\circ = 180^\circ$. L'angle DEF est plat : les points D, E et F sont alignés.

EXERCICE 10

a. ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD].

La perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AB) en I et la perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (DC) en J. Construire la figure.

b. Démontrer que le quadrilatère IBDJ est un parallélogramme.