

Partie A

Exercice 1 :

1. Les fractions $\frac{77}{110}$ et $\frac{185}{99}$ sont-elles des nombres décimaux ?

$$\frac{77}{110} = \frac{7 \times 11}{10 \times 11} = \frac{7}{10} = \frac{7}{2 \times 5} \text{ est un nombre décimal et } \frac{185}{99} = \frac{185}{9 \times 11} \text{ n'est pas un nombre décimal}$$

2. Intercaler une fraction entre les deux fractions suivantes : $\frac{13}{21}$ et $\frac{31}{50}$.

Mettre au même dénominateur les deux fractions :

$$\frac{13}{21} = \frac{13 \times 50}{21 \times 50} = \frac{650}{1050} \text{ et } \frac{31}{50} = \frac{31 \times 21}{50 \times 21} = \frac{651}{1050}, \text{ alors entre les fractions } \frac{650}{1050} \text{ et } \frac{651}{1050} \text{ on peut intercaler } \frac{6505}{10500} \text{ par exemple.}$$

$$\text{En effet : } \frac{6500}{10500} < \frac{6505}{10500} < \frac{6510}{10500}.$$

3. Parmi les nombres suivants, quels sont les décimaux ? $\frac{17}{8}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{2794}{55}$ et $\frac{1096}{152}$.

$$\text{Nombres décimaux : } \frac{17}{8} = \frac{17}{2^3}, \text{ ou encore } \frac{17}{8} = \frac{17 \times 125}{8 \times 125} = \frac{2125}{1000}$$

$$\frac{2794}{55} = \frac{11 \times 254}{11 \times 5} = \frac{254}{5} \text{ ou encore } \frac{2794}{55} = \frac{254}{5} = \frac{254 \times 2}{5 \times 2} = \frac{508}{10}$$

$$\text{Nombres non décimaux : } \frac{8}{17}, \text{ et } \frac{1096}{152} = \frac{8 \times 137}{8 \times 19} = \frac{137}{19}.$$

Exercice 2 : CRPE 2019 – Groupement 1

Vrai/Faux, Justifier : Si $A = 7 + \frac{2}{10}$, alors la partie décimale de $A^2 = AA$ est $\frac{4}{100}$.

$$\text{FAUX: } A^2 = \left(7 + \frac{2}{10}\right)^2 = 7^2 + 2 \times \frac{2}{10} \times 7 + \left(\frac{2}{10}\right)^2 = 49 + \frac{28}{10} + \frac{4}{100} = 49 + \frac{20}{10} + \frac{8}{10} + \frac{4}{100} = 49 + 2 + \frac{84}{100} = 51 + \frac{84}{100}$$

Ou bien :

$$7 + \frac{2}{10} = 7,2, \text{ donc } 7,2^2 = 7,2 \times 7,2 = 51,84 \text{ en posant la multiplication, ce qui donne une partie décimale égale à } \frac{84}{100}.$$

Exercice 3 :

Donner un nombre compris entre 70 et 70,0001. Exemple de réponse possible : $70 < 70,0000698 < 70,0001$

Exercice 4 : CRPE Amiens 98 On considère deux nombres $\frac{29}{55}$ et $\frac{39}{75}$.

- a) Sont-ils des nombres décimaux ?

- $\frac{29}{55} \approx 0,52727\overline{27}$ partie décimale infinie : ce n'est pas un décimal ou la fraction $\frac{29}{55}$ est irréductible car $55 = 11 \times 5$ et 29 n'est pas divisible par 5 ou 11.

De plus, le dénominateur de cette fraction est multiple de 11 : en utilisant la propriété (une fraction est un nombre décimal si et seulement si le dénominateur de la fraction réduite n'admet que 2 et/ou 5 comme diviseurs premiers), on peut conclure que $\frac{29}{55}$ n'est pas un nombre décimal.

- $\frac{39}{75} = \frac{13}{25} = \frac{52}{100} = 0,52$ c'est un décimal.

- b) Encadrer ces nombres entre 2 entiers et donner l'entier le plus proche : $0 < \frac{29}{55} < 1$ et $0 < \frac{39}{75} < 1$ l'entier le plus proche est 1.

- c) Comparer ces deux nombres.

Pour les comparer, on peut les réduire au même dénominateur : $\frac{39}{75} = \frac{39 \times 11}{75 \times 11} = \frac{429}{825}$ et $\frac{29}{55} = \frac{29 \times 15}{55 \times 15} = \frac{435}{825}$

$$\frac{429}{825} < \frac{435}{825} \text{ donc } \frac{39}{75} < \frac{29}{55}.$$

Exercice 5 : CRPE Besançon 97 On donne les nombres rationnels suivants : $A = \frac{364}{1001}$ et $B = \frac{384}{275}$.

Les nombres A et B sont-ils des nombres décimaux ?

On simplifie les fractions :

$A = \frac{364}{1001} = \frac{4 \times 7 \times 13}{7 \times 11 \times 13} = \frac{4}{11}$. Cette fraction n'est pas un nombre décimal car son dénominateur est multiple de 11 qui est un nombre premier autre que 2 et 5.

$B = \frac{384}{275} = \frac{2^7 \times 3}{5^2 \times 11}$: on ne peut simplifier le dénominateur par 11 : la fraction n'est pas un nombre décimal car irréductible et de dénominateur divisible par un nombre premier autre que 2 et 5.

Le nombre A + B est-il un nombre décimal ?

$A+B = \frac{364}{1001} + \frac{384}{275} = \frac{4}{11} + \frac{384}{275} = \frac{4 \times 25}{11 \times 25} + \frac{384}{275} = \frac{484}{275} = \frac{484}{275} = \frac{44 \times 11}{25 \times 11} = \frac{44}{25} = \frac{176}{100}$. A+B est un nombre décimal.

Remarque : on remarque donc que la somme de 2 fractions non décimales peut être une fraction décimale !

Exercice 6 :

1. Le nombre rationnel $A = \frac{19}{13}$ est-il un nombre décimal ? A n'est pas un nombre décimal car ce nombre est donné par une fraction réduite et son dénominateur est multiple de 13 qui est un nombre premier autre que 2 ou 5

2. Quelles sont les 5^{ème}, 26^{ème} et 40^{ème} décimales de ce nombre ?

La division de 19 par 13 montre que $\frac{19}{13} = 1, \overline{461538}$ avec la période 461538 qui se répète. Ainsi, la 5^{ème} décimale est 3.

On voit de plus que le 1er chiffre après la virgule (chiffre des dixièmes) sera égal au 7^{ème}, au 13^{ème}, ... A chaque fois qu'on avance de 6 décimales vers la droite, on retrouve les mêmes chiffres.

On se demande donc combien de fois on doit parcourir 6 décimales avant d'arriver à la 26^{ème} et 40^{ème} décimale.

$26 = 6 \times 4 + 2$: la 26^{ème} décimale est égale à la 2^{ème} décimale : c'est un 6.

$40 = 6 \times 6 + 4$: la 40^{ème} décimale est égale à la 4^{ème} décimale : c'est un 5.