Statistiques : Eléments de correction

Exercice 1 Durant une compétition d'athlétisme, les 7 concurrents ont couru les 200m avec les

temps suivants (en secondes): 20,25; 20,12; 20,48; 20,09; 20,69; 20,19 et 20,38.

Population étudiée : L'ensemble des concurrents à la compétition d'athlétisme

Caractère quantitatif à valeurs discrètes : la durée en secondes pour parcourir 200 m lors de cette course

Effectif total : N = 7

Classons les valeurs ou modalités de cette série dans l'ordre croissant :

Etendue de la série: 20,69 - 20,09 = 0,60 il y 0,60 seconde d'écart entre le 1er et le dernier

<u>La durée moyenne</u> pour cette course effectuée par les 7 concurrents est égale à $(\frac{142,2}{2})$ s soit 20,31s

<u>La médiane</u> est la 4^{ème} valeur de la série soit 20,25s. Cela signifie par exemple que la moitié des concurrents à mis moins de 20,25s

la vitesse moyenne de l'athlète classé premier, en mètres par seconde arrondie au millième est égale à

 $V = \frac{200m}{20,09s} = 9,955m/s$

Exercice 2:

(a) La somme des données de la série est :

$$52 \times 2 + 52 \times 3 + 78 \times 4 + 65 \times 5 + 39 \times 6 + 26 \times 7 + 13 \times 8 = 1417$$

L'effectif total de la série est :

$$52 + 52 + 78 + 65 + 39 + 26 + 13 = 325$$

Donc la moyenne de la série est égale à :

$$\frac{1417}{325} = 4,36$$

Les élèves ont effectué en moyenne 4,36 tours.

(b) L'étendue est égale à 8 tours − 2 tours = 6 tours.

L'étendue de cette série est de 6 tours.

(c) On commence par construire le tableau des effectifs croissants (E.C.C.):

Nombre de tours	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves	52	52	78	65	39	26	13
E.C.C.	52	104	182	247	286	312	325

Puis on détermine la médiane : l'effectif total est de 325 élèves. Or, $325 \div 2 = 162, 5$.

La médiane est donc la 163e valeur. Par lecture du tableau :

La valeur de la médiane est de 4 tours.

- (d) Cette valeur signifie que la moitié des élèves a fait 4 tours ou moins, et la moitié en a fait 4 ou plus.
 - (e) Premier quartile: $\frac{1}{4} \times 325 = 81,25$ donc, le premier quartile correspond à la 82^e valeur, qui est 3.

Troisième quartile : $\frac{3}{4} \times 325 = 243,75$ donc, le troisième quartile correspond à la 244e valeur, qui est !

Le premier quartile est 3 et le troisième quartile est 5.

(f) Sur les 325 élèves, 104 ont fait moins de 4 tours.

325 – 104 = 221. On a donc 221 élèves sur 325 qui ont fait au moins 4 tours.

 $\frac{221}{325}$ × 100 \approx 68. Donc, environ 68 % des élèves ont fait au moins 4 tours.

Exercice 3: (d'après CRPE 2024, groupement 1)

1. Il faut, en utilisant le Document n° 1, calculer la moyenne sur les dix mois :

$$\frac{65 \, \text{mm} + 103 \, \text{mm} + 24 \, \text{mm} + 122 \, \text{mm} + 53 \, \text{mm} + 44 \, \text{mm} + 19 \, \text{mm} + 27 \, \text{mm} + 57 \, \text{mm} + 134 \, \text{mm}}{10} = \frac{555 \, \text{mm}}{10} = 55,5 \, \text{mm}$$

À Rennes, la pluviométrie moyenne était de 55,5 mm, à Lyon elle était de 70,6 mm. C'est Lyon qui a connu les plus fortes précipitations.

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale de son caractère.

Pour Rennes, le maximum est de 134 mm au mois de juin, le minimum est de 24 mm en avril. L'étendue vaut : 134 mm - 24 mm = 110 mm.

Pour Lyon, le maximum est de 179 mm, le minimum est de 18 mm. L'étendue vaut : 179 mm - 18 mm = 161 mm.

L'étendue est de 110 mm à Rennes, elle est inférieure à celle de Lyon qui est de 161 mm.

3. L'étendue d'une série statistique est une valeur du caractère dont on peut dire que la moitié des valeurs lui sont supérieures ou égales. La médiane n'est pas, en général, égale à la moyenne. Cet écart mesure la dispersion des valeurs par rapport à la moyenne.

Pour Lyon, la médiane de 58 mm signifie que la moitié des valeurs, c'est à dire, les précipitations sur cinq mois, sont supérieures ou égales à 58 mm.

Parmi ces cinq valeurs supérieures à 58 mm, on ne peut pas savoir combien sont supérieures ou égales à la moyenne 70,6 mm. Il y a au moins la valeur maximale 179 mm, mais rien ne permet de savoir s'il en existe comprises entre 58 mm et 70,6 mm strictement.

L'affirmation est fausse.

Exercice 4 (d'après CRPE 2023 groupe 4):

1. L'étendue est la différence entre les salaires extrêmes :

L'étendue des salaires mensuels bruts est de 3 577 €.

- 2. On peut commencer par calculer les charges : $\frac{22}{100} \times 5500 \, \text{€} = 1210 \, \text{€}.$
 - Puis on en déduit le salaire net : 5 500 € 1 210 € = 4 290 €.

Le salaire net mensuel de la directrice est de 4 290 €.

- 3. Le comptable peut entrer la formule =22/100*B3 dans la cellule B4.
- Le comptable peut entrer la formule =B3-B4 dans la cellule B5.
- 5. Calcul du salaire brut moyen.

$$\overline{m} = \frac{4 \times 1923 \, \epsilon + 5 \times 2307 \, \epsilon + 2 \times 2693 \, \epsilon + 3 \times 4200 \, \epsilon + 1 \times 5500 \, \epsilon}{4 + 5 + 2 + 3 + 1} = \frac{42713 \, \epsilon}{15} \approx 2847,53 \, \epsilon$$

Le salaire brut moyen est d'environ 2 848 €.

6. Les salaires sont classés dans l'ordre croissant de leur valeur dans le tableur. Il y a au total 15 valeur, la médiane est donc la 8e valeur. Selon le tableau, cette valeur se situe dans la colone C.

La médiane des salaires bruts est de 2 307 €.

7. Le coefficient multiplicateur correspondant à une réduction de 22 % est de $1 - \frac{22}{100} = 0$, 78. Soit s le salaire net de cet ingénieur, On a alors :

$$0,78 \times s = 3200 \in \text{soit } s = \frac{3200 \in 4102,56 \in 4102$$

Le salaire brut de cet ingénieur devra être de 4 103 € à l'euro près.

Exercice 5 (d'après brevet des collèges):

- 1. Il faut saisir la formule = B2 + B3 + B4 + B5 + B6 + B7 ou = SOMME(B2 : B7)
- **2.** L'effectif total est égal à 20 + 35 + 56 + 74 + 45 + 10 = 240.
- 3. Il y a 45+10=55 employés qui gagnent plus de $40\,000$ € par an. Or $\frac{55}{240}\approx 0{,}229$ soit environ 22,9 %.

C'est faux.

4. Il faut calculer le centre de chaque intervalle puis faire une moyenne pondérée. Par exemple 5000€ est le centre de l'intervalle [0€; 10000€].

$$\frac{20\times5000 \mathop{\in} +35\times15000 \mathop{\in} +56\times25000 \mathop{\in} +74\times35000 \mathop{\in} +45\times45000 \mathop{\in} +10\times75000 \mathop{\in}}{20+35+56+74+45+10} = \frac{7390000 \mathop{\in}}{240} \approx 30791,67 \mathop{\in}$$

La moyenne des salaires de cette entreprise est 30791,67€.

5. Il y a 240 employés dans cette entreprise. Le salaire médian est la moyenne du 120° salaire et du 121°.

20+35+56=111 et 20+35+56+74=185. Ainsi le 120° salaire et le 121° salaire sont dans l'intervalle [$30\,000 \in$; $40\,000 \in$ [. On peut donc prendre le centre de cet intervalle.

Le salaire médian vaut 35000€.

6.a.

$$\frac{56525 + 67876 + 85670 + 52045 + 75675 + 81567 + 73560 + 65790 + 51056 + 89786 =}{10} = \frac{699550 + 667876 + 66789 +$$

Le salaire moyen des salaires les plus élevés est 69955€.

6.b. Classons ces salaires dans l'ordre croissant :

```
51056€; 52045€; 56525€; 65790€; 67876€; 73560€; 81567€; 81567€; 89786€
```

Le cinquième salaire vaut 67876 et le sixième 73560 €. La médiane est la moyenne de ces deux montants.

Le salaire médian des plus hauts salaires vaut $\frac{67876 € + 73560 €}{2} = 70718 €$.