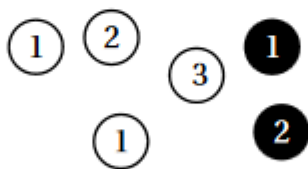


Éléments de correction des exercices de probabilités

Exercice 1 Brevet 2009 (Pondichéry)

Un sac contient six boules : quatre blanches et deux noires. Ces boules sont numérotées : les boules blanches portent les numéros 1 ; 1 ; 2 et 3 et les noires portent les numéros 1 et 2.



Numéro	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{4}$	4
2	Quelle est la probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 ?	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
3	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche numérotée 1 ?	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$

L'univers ici est l'ensemble des 6 boules, son cardinal est donc $\text{card}U = 6$.

Chaque issue a la même probabilité, donc $\frac{1}{6}$.

Question 1 : Réponse $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (remarque une probabilité est un nombre positif inférieur à 1).

Question 2 : Réponse $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (il y a 2 boules portant le numéro 2 parmi les 6 boules).

Question 3 : Réponse $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (il y a 2 boules blanches portant le numéro 1 parmi les 6 boules).

Exercice 2

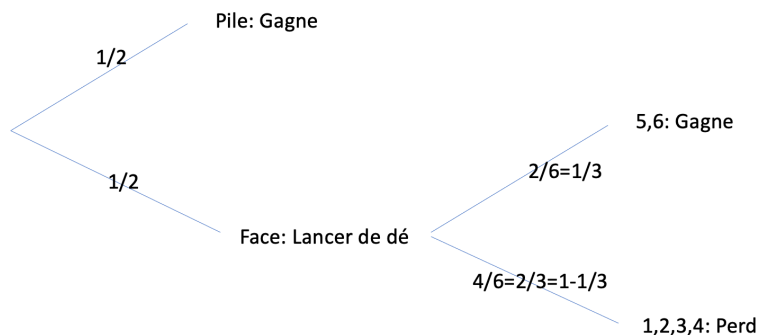
Un sac contient 10 boules rouges, 6 boules noires et 4 boules jaunes. Chacune de ces boules a la même probabilité d'être tirée. On tire une boule au hasard.

- Calculer la probabilité que cette boule soit rouge. $P(\text{Rouge}) = \frac{10}{20} = 0,5$.
- Calculer la probabilité que cette boule soit noire ou jaune. $P(\text{Noire ou jaune}) = \frac{6+4}{20} = \frac{10}{20} = 0,5$.
- Calculer la somme des deux probabilités trouvées aux deux questions précédentes. Le résultat était-il prévisible ? Pourquoi ? **La somme est égale à 1 ; ce résultat était prévisible car quand on tire une boule, on est certain de tirer une boule noire, ou une boule rouge, ou une boule jaune.**
- On ajoute dans ce sac des boules bleues. Le sac contient alors 10 boules rouges, 6 boules noires, 4 boules jaunes et les boules bleues. On tire une boule au hasard. Sachant que la probabilité de tirer une boule bleue est égale à $\frac{1}{5}$, calculer le nombre de boules bleues.

Soit n le nombre de boules bleues, $P(B) = \frac{n}{n+20} = \frac{1}{5}$ donc $5n = n + 20$ donc $4n = 20$ puis $n = \frac{20}{4} = 5$.

Conclusion : il y a 5 boules bleues et 25 boules au total.

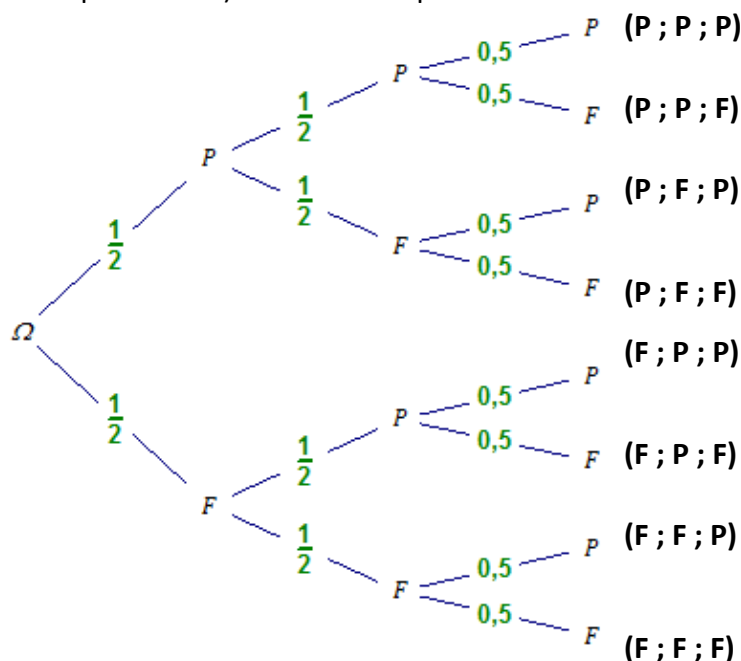
Exercice 3 On construit l'arbre de probabilité pour cette expérience à 2 épreuves :



La probabilité de gagner est donc de $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Exercice 4

On lance une pièce de monnaie trois fois de suite. À chaque lancer, le résultat est soit pile soit face (avec la même probabilité). Quelle est la probabilité d'obtenir 3 fois pile ?



$$P(P; P; P) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Il y a 1 issue favorable parmi 8 issues possibles

$$\text{soit } P(P; P; P) = \frac{1}{8}$$

Exercice 5

Indiquez les réponses exactes.	A	B	C
1) En tirant au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes, la probabilité de tirer :			
Une carte noire	0,25	$\frac{16}{32} = \frac{1}{2} = 0,5$	0,75
Un trèfle	$\frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 0,25$	0,5	0,75
Une dame	0,0625	$\frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0,125$	0,25
Un sept rouge	$\frac{2}{32} = \frac{1}{16} = 0,0625$	0,125	0,25
2) On lance à deux reprises un dé à 6 faces dont une est rouge, deux sont bleues et trois sont jaunes. La probabilité d'obtenir « jaune » puis, « bleu »	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$ $\frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Exercice 6 (Brevet 2009 Centre étrangers)

Pierre a lancé 10 fois un dé cubique (non truqué). À chaque fois, il a obtenu 6. Il lance le dé une 11^{ème} fois. Quelle est la probabilité d'obtenir 6 au 11^{ème} lancer ?

Les événements sont indépendants et chaque issue est équiprobable, donc la probabilité d'obtenir 6 à un lancer est égale à 1/6. Au 11^{ème} lancer, cette probabilité d'obtenir 6 est la même, donc c'est encore 1/6.

Exercice 7 Vrai ou faux ?

On lance un dé cubique truqué pour lequel toutes les faces ont la même probabilité d'apparition, sauf la face 6 dont la probabilité d'apparition est le double de la probabilité d'apparition de chacun des autres nombres. Les propositions ci-dessous sont-elles vraies ou fausses ?

- 1) La probabilité d'obtenir 6 est 1/2.
- 2) La probabilité d'obtenir 1 est 1/7.
- 3) La probabilité d'obtenir un nombre pair est 3/7.

L'expérience aléatoire qui consiste à lancer le dé a 6 issues possibles : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

On note p_1 la probabilité d'obtenir 1, p_2 la probabilité d'obtenir 2, ..., p_6 la probabilité d'obtenir 6.

D'après l'énoncé, $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = \frac{1}{2} p_6$.

Or on sait que la somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1. On a donc aussi : $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1$.

On en déduit que $5 \times p_1 + 2 \times p_1 = 1$, et donc que $7 p_1 = 1$, soit $p_1 = \frac{1}{7}$ et par conséquent $p_6 = \frac{2}{7}$.

La proposition 1) est donc fausse ($p_6 = \frac{2}{7}$) et la proposition 2) exacte ($p_1 = \frac{1}{7}$).

L'événement A : « obtenir un nombre pair » est constitué des événements élémentaires « obtenir 2 », « obtenir 4 », et « obtenir 6 ». On a donc $p(A) = p_2 + p_4 + p_6 = p_1 = \frac{4}{7}$. La proposition 3) est donc fausse.

Exercice 8

Une entreprise fabrique un même objet dans trois usines A, B, C. Les objets fabriqués doivent avoir une longueur comprise entre 24,9 cm et 25,1 cm. Si ce n'est pas le cas, l'objet est soldé (S).

Voici la répartition des 100 derniers objets reçus par cette entreprise.

	Usine A	Usine B	Usine C	Total
Longueur correcte	23	40	21	84
Objet soldé	5	8	3	16
Total	28	48	24	100

Sur chaque objet, on inscrit un code qui permet de savoir de quelle usine il provient et s'il doit être soldé. On tire au hasard l'un de ces objets.

1a) La probabilité qu'il provienne de l'usine A est $P(A) = \frac{28}{100} = \frac{7}{25}$; de l'usine B est $P(B) = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$;

de l'usine C est $P(C) = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$.

b) La probabilité qu'il soit soldé est $P(S) = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$.

c) La probabilité qu'il provienne de l'usine A et qu'il ait une longueur correcte est : $p_1 = \frac{23}{100}$.

2) L'objet tiré provient de l'usine B, la probabilité pour qu'il soit soldé est $p_2 = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}$.

Exercice 9

1. Patrick pose au hasard un jeton sur l'une des cases de cette grille.

Quelle est la probabilité que le jeton soit sur

7	6	2
5	1	9
3	4	8

- a) la case 1 ? **1/9**
- b) une case comportant un numéro pair ? **4/9**
- c) une case portant un numéro supérieur ou égal à 6 ? **4/9**
2. Patrick a déjà posé des jetons sur les cases 1 et 7. Il pose alors au hasard un troisième jeton. Quelle est la probabilité :
- a) que les trois jetons soient alignés ? **1/7**
- b) que les trois jetons ne soient pas alignés ? $1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$

Exercice 10

On imagine qu'un tireur tire parfaitement au hasard sur la cible ci-dessus, sans jamais la rater (!). Tous les carrés sont concentriques et leurs côtés ont pour mesure a , $2a$ et $3a$. Quelles sont les probabilités pour qu'il gagne 10 points, 5 points, 1 point ?

Ici, la probabilité de chaque issue est proportionnelle à l'aire de la surface correspondante

Aire de la surface correspondant à l'issue 10 points est égale à a^2

Aire de la surface correspondant à l'issue 5 points est égale à $(2a)^2 - a^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2$

Aire de la surface correspondant à l'issue 1 point est égale à $(3a)^2 - (2a)^2 = 9a^2 - 4a^2 = 5a^2$

Traduisons le fait que la probabilité de chaque issue est proportionnelle à l'aire de la surface correspondante

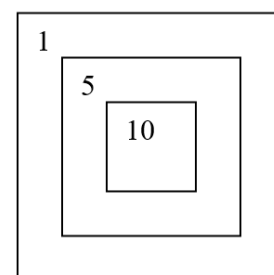
$$\frac{p(10)}{a^2} = \frac{p(5)}{3a^2} = \frac{p(1)}{5a^2} = \frac{p(10)+p(5)+p(1)}{\text{aire totale}} = \frac{1}{9a^2}$$

D'où

$$P(10) = \frac{a^2}{9a^2} = \frac{1}{9}$$

$$P(5) = \frac{3a^2}{9a^2} = \frac{1}{3}$$

$$P(1) = \frac{5a^2}{9a^2} = \frac{5}{9}$$



Exercice 11 (extrait CRPE)

Maxime possède 3 pantalons (un rouge, un bleu et un noir) et 4 chemises (une rouge, une bleue, une jaune, et une verte). Il choisit au hasard un pantalon puis une chemise. On admet que les choix sont équiprobables. Vrai ou faux : la probabilité qu'il soit habillé d'une seule couleur est $1/6$

Affirmation vraie

Une couleur étant choisie, la probabilité qu'il soit habillé d'un pantalon et d'une chemise de cette

couleur est égale à $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.

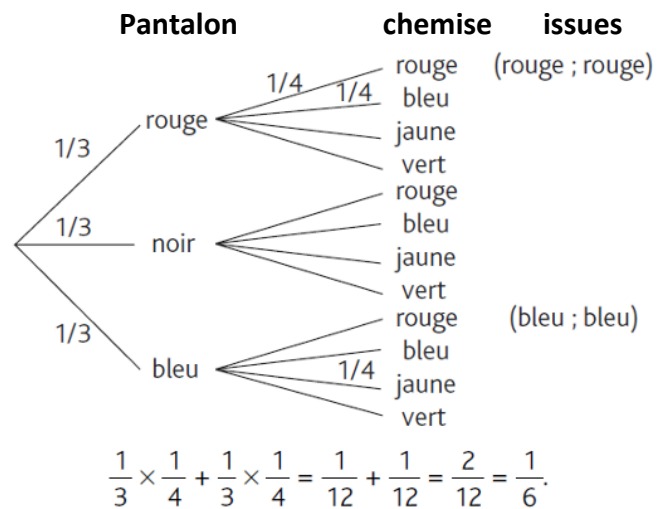
Or il y a 2 couleurs possibles donc la probabilité qu'il soit habillé d'une seule couleur soit rouge,

soit bleue est égale à $2 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$

ou

La probabilité qu'il soit habillé d'une seule couleur est donc :

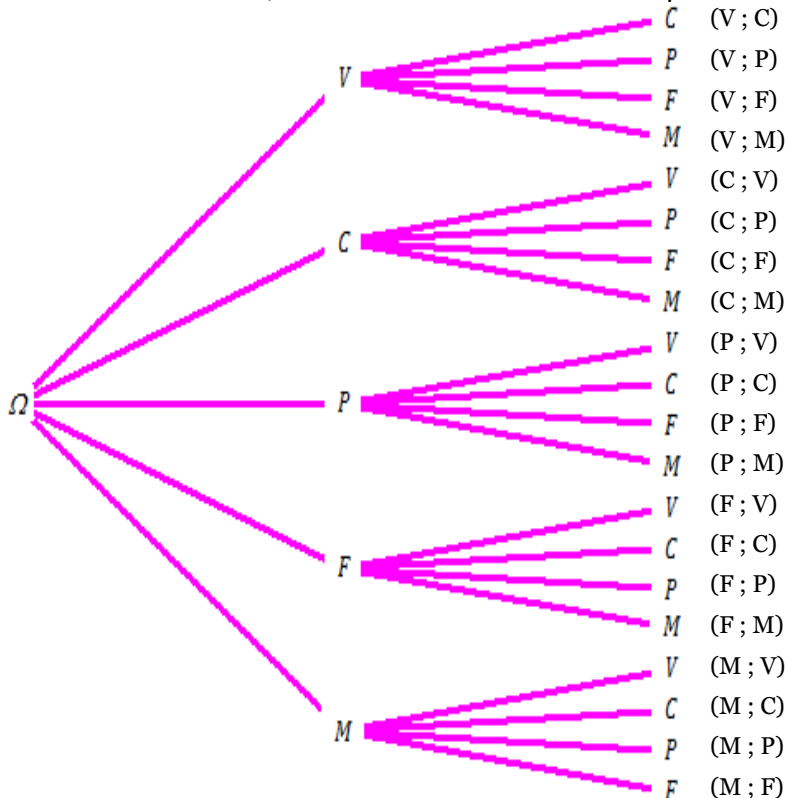
$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$



Exercice 12

Benoît sait que le congélateur de la cuisine contient cinq bâtons de crème glacée, de cinq parfums différents (vanille, chocolat, pistache, fraise et melon). Gourmand et insomniaque, il décide de se lever en pleine nuit, sans allumer la lumière, et de prendre, à tâtons et successivement, deux bâtons de crème glacée. Tous les choix sont équiprobables.

À l'aide d'un arbre, déterminer le nombre de couples différents de bâtons qu'on peut ainsi obtenir.



On note les parfums par leur première lettre on a $p(V) = p(C) = p(P) = p(F) = p(M)$

et la somme des probabilités de toutes les issues vaut 1 donc

$$p(V) + p(C) + p(P) + p(F) + p(M) = 1$$

$$\text{donc } p(V) = p(C) = p(P) = p(F) = p(M) = \frac{1}{5}.$$

1) Il y a 20 couples de 2 parfums possibles.

2) a) Il y a 1 couple comportant ses parfums préférés (V ; C) dans l'ordre. D'où $P(V ; C) = \frac{1}{20} = 5\%$.

b) Il y a 2 couples comportant ses parfums préférés (V ; C) et (C ; V). D'où

$$P((V ; C) \cup (C ; V)) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 10\%.$$

c) Il y a 12 couples comportant un seul de ses parfums préférés

$$P(\text{un de ses parfums préf}) = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \text{ ou } 60\%$$

d) Il y a 3 x 2 couples ne comportant aucun de ses parfums préférés

$$P(\text{aucun de ses parfums préf}) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \text{ ou } 30\%$$