

Exercice 1

Ranger les figures ci-contre selon la grandeur périmètre puis selon la grandeur aire.

En procédant mentalement par superposition ou par découpage et recollement les figures A et B ont la même aire mais pas le même périmètre.

Aire C < Aire A et Aire A = Aire B

Les figures B et C ont le même périmètre mais pas la même aire

$P_A < P_B$ et $P_B = P_C$



Figure A.

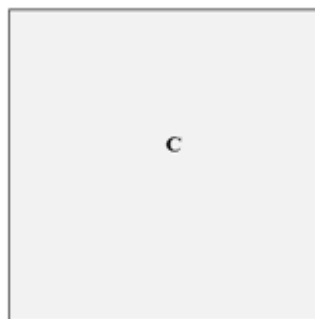
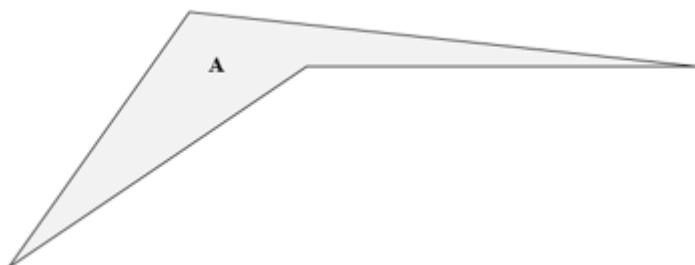


Figure B.



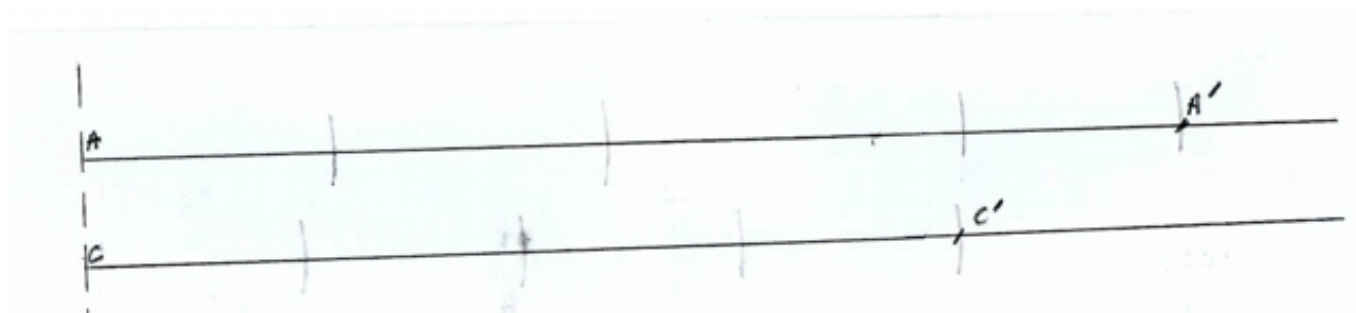
Figure C.

Exercice 2 Sans utiliser la règle graduée, comment comparer les périmètres des polygones A et C ? Faire cette comparaison.



Réponse :

Ci-dessous on a tracé deux demi-droites d'origines respectives A et C puis on a reporté au compas la longueur de chaque côté des quadrilatères respectivement A et C. On remarque qu'en procédant par comparaison directe des segments [AA'] et [CC'] que le périmètre de la figure A représenté par [AA'] a une longueur plus grande que celui de la figure C représenté par [CC'].

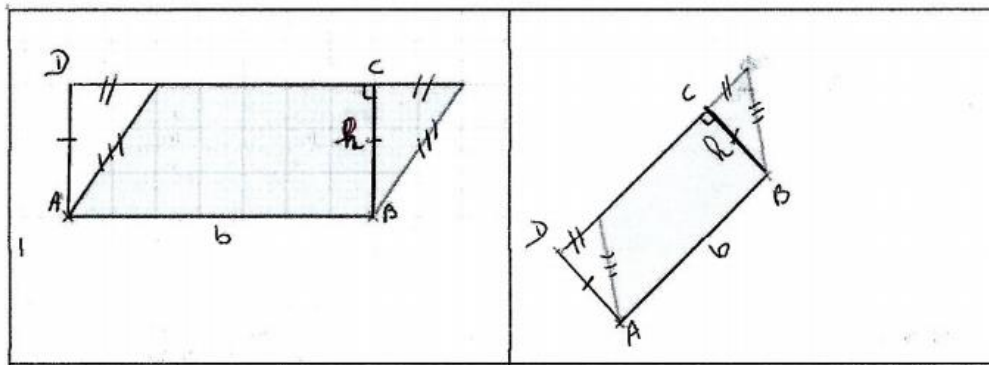
**Exercice 3**

- 1) Pour chaque figure : construire par découpage-recollement un rectangle dont l'un des côtés est [AB] et qui a la même aire que la figure initiale. Retrouver les formules de calcul d'aire de ces figures.

Programme de construction :

Pour chaque parallélogramme, on choisit un côté que l'on appelle base, puis on construit la perpendiculaire commune entre les deux bases parallèles issue d'un sommet du parallélogramme (dans les deux premières figures il s'agit du segment [BC] et dans les deux suivantes [AD]). Puis on complète le rectangle ABCD.

Aire d'un parallélogramme est égale à $b \times h$

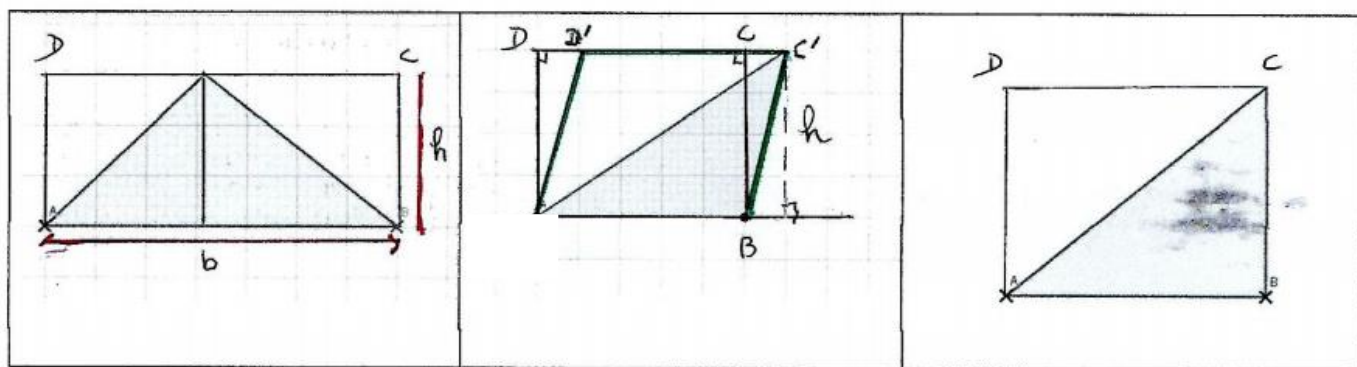


Cas du triangle : pour chaque triangle, construire par découpage-recollement un rectangle dont l'un des côtés est [AB] et qui a une aire double de celle du triangle initial.

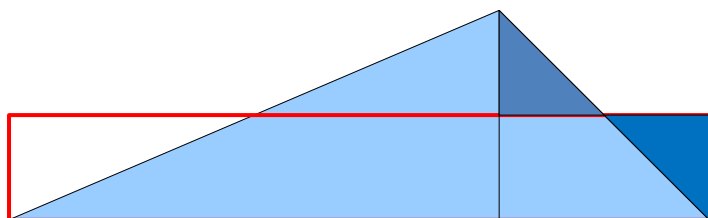
Pour la figure 2, on peut construire une figure intermédiaire le parallélogramme ABC'D' puis le rectangle ABCD qui ont la même aire

Aire d'un triangle est égale $\frac{b \times h}{2}$

Dans les exemples ci-dessous $b = AB$



Complément : Pour chaque figure : construire par découpage-recollement un rectangle dont l'un des côtés est [AB] et qui a la même aire que la figure initiale. Retrouver les formules de calcul d'aire de ces figures.



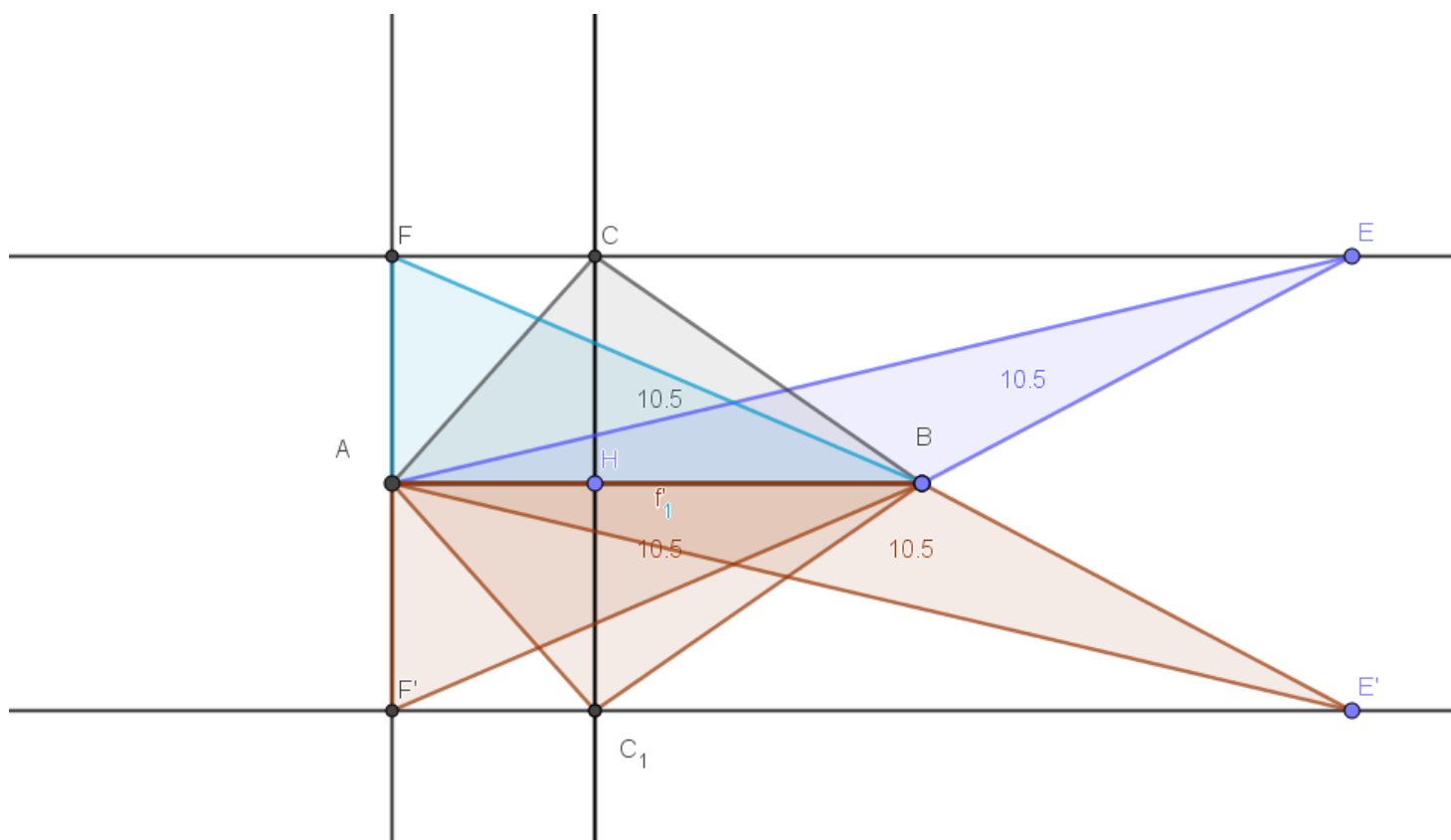
Rectangle ayant même aire que
le triangle

Sur la figure 1, construire un rectangle de côté [AB] et de même aire que le triangle représenté.

Tous les triangles ayant la même base ici [AB] et dont le 3^{ème} sommet est situé sur la parallèle à la base passant par C que nous nommerons Δ ou situé sur la parallèle à la base passant par le symétrique de C que nous nommerons Δ' .

ont la même aire que le triangle ABC car la distance entre les droites (AB) et Δ est égale à la hauteur CH de même pour la distance entre les droites (AB) et Δ'

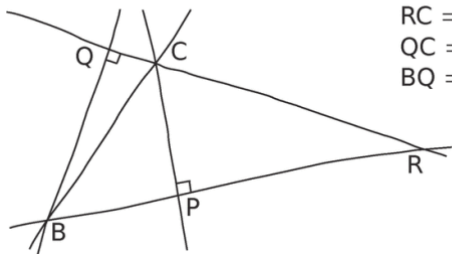
illustration



Exercice 4

Calcule l'aire du triangle RBC.

RB = 12 cm
RC = 8 cm
QC = 3 cm
BQ = 6 cm



En déduire la mesure de la longueur PC.

Dans le triangle RBC, on considère la base [RC] et la hauteur [BQ] relative à cette base.

$$\text{Aire}_{\text{RBC}} = \frac{RC \times BQ}{2} = \frac{8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

Maintenant, toujours dans le triangle RBC, considérons la base [BR] et la hauteur [CP] qui lui correspond.

On peut écrire la formule de l'aire du triangle RBC :

$$\text{Aire}_{\text{RBC}} = \frac{BR \times PC}{2} = \frac{12 \text{ cm} \times PC}{2} = 6 \text{ cm} \times PC$$

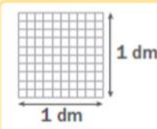
Or $\text{Aire}_{\text{RBC}} = 24 \text{ cm}^2$, donc on a l'égalité $24 \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm} \times PC$

D'où $PC = 24 \text{ cm}^2 / 6 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$

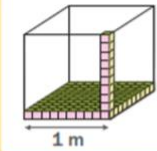
Exercice 5

km/kg	hm/hg	dam...	m	dm	cm	mm
-------	-------	--------	---	----	----	----

- Dans un carré de 1 dm de côté, on peut mettre $10 \times 10 = 100$ carrés de 1 cm de côté.
Donc $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$.



- Dans un cube de 1 m d'arête, on peut mettre $10 \times 10 \times 10 = 1.000$ cubes de 1 dm d'arête.
Donc $1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ dm}^3$.



- $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$
- $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$
- $1 \text{ quintal} = 100 \text{ kg}$
- $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$

a) Si deux figures ont le même périmètre alors elles ont la même aire.

Faux Donner, dessiner un contre-exemple.

b) $15 \text{ hg} = 1500 \text{ g}$

Vrai $1 \text{ hg} = 100 \text{ g}$

c) $250 \text{ cm}^2 = 2,5 \text{ m}^2$

Faux $250 \text{ cm}^2 = 0,0250 \text{ m}^2$

d) $34\,000 \text{ cm}^3 = 34 \text{ L}$

Vrai car $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ et $34\,000 \text{ cm}^3 = 34 \text{ dm}^3$.

e) $250 \text{ cL} = 0,25 \text{ L}$

Faux $250 \text{ cL} = 2,5 \text{ L}$

f) $4,5 \text{ m}^3 = 450 \text{ L}$

Faux : $4,5 \text{ m}^3 = 4\,500 \text{ L}$

g) $33 \text{ cL} = 1/3 \text{ L}$

Faux : $1/3 \neq 0,33$ mais $1/3 \text{ L} \approx 33 \text{ cL}$

h) $50 \text{ kg} = 5 \text{ quintaux}$

Faux : 1 quintal est égal à 100 Kg

i) $45,7 \text{ m}^2 = 4,57 \text{ ha}$

Faux : $1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2$

$45,7 \text{ m}^2 = 0,00457 \text{ ha}$

j) $45,7 \text{ m}^2 = 45,7 \text{ a}$

Faux : $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$ $45,7 \text{ m}^2 = 0,457 \text{ a}$.

Exercice 6

Déterminer, si possible, le périmètre des figures 1 et 2 (qui ne sont pas tracées à l'échelle).

Périmètre de la figure 1 : c'est le même que celui

d'un rectangle de 4m par 6m. Donc :

$$2 \times 6m + 2 \times 4m = 20m$$

Ou encore $(4m + 6m) \times 2 = 20m$.

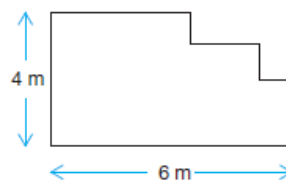


Figure (1)

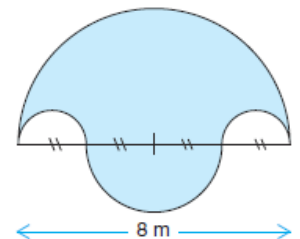


Figure (2)

Périmètre de la figure 2 : on ajoute les longueurs des 4 demi-cercles qui composent la figure (les 2 plus petits forment un cercle complet) : $(2 \times \pi + 8 \times \pi \div 2 + 4 \times \pi \div 2)m = 8\pi m$

Exercice 7

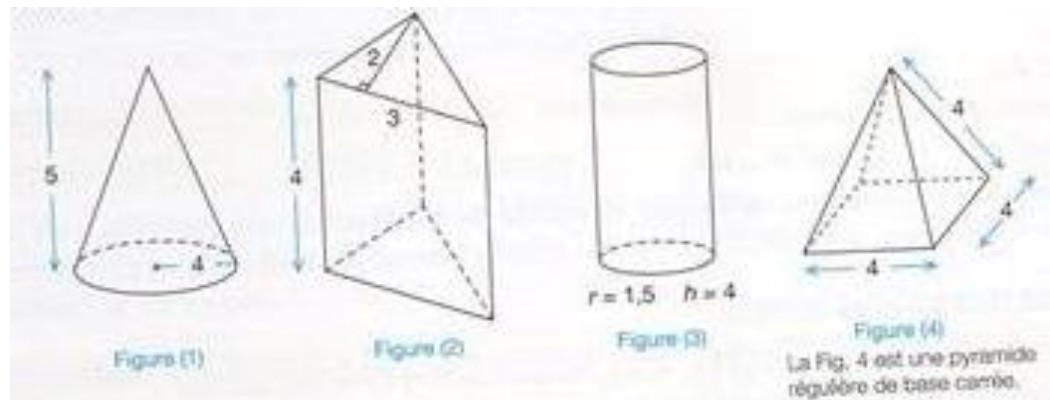
Exprimer en hectolitres la contenance d'un bassin d'une profondeur de 5 m, la base étant un rectangle dont la diagonale mesure 6,6 m et le petit côté 4 m.

A demander en TD

Exercice 8

Calculer le volume des solides. Les dimensions sont en cm.

A demander en TD



Exercice 9

La longueur d'un rectangle mesure le triple de sa largeur. Son périmètre est de 64 m. Quelle est alors sa longueur ? **Faire un schéma en plaçant l et L.**

Soit l la largeur alors La longueur L est égale 3l d'où $3l + l = 32$ soit $4l = 32$ donc $l = 8\text{cm}$ et $L = 24\text{cm}$.

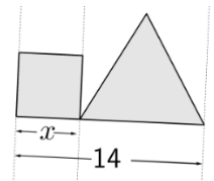
b) Déterminer la valeur de x pour que le carré et le triangle équilatéral aient le même périmètre.

Les mesures sont exprimées dans la même unité.

$$4x = 3(14 - x) \quad \text{d'où } 4x + 3x = 42 \quad \text{finalement } x = 6$$

on peut vérifier que la solution 6 convient.

Le périmètre du carré est égal à celui du triangle équilatéral lorsque la longueur du carré est de 6u et celle du triangle équilatéral est de 8u puisque $6 \times 4 = 8 \times 3$.



c) Déterminer la hauteur d'un triangle dont l'aire est de 54 cm^2 et dont le côté relatif mesure 15 cm.

$$54 \text{ cm}^2 = \frac{(15 \text{ cm} \times h \text{ cm})}{2} \quad \text{d'où } 108 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm} \times h \text{ cm et } h \text{ cm} = \frac{108 \text{ cm}^2}{15 \text{ cm}}; \text{ la hauteur est } 7,2 \text{ cm}.$$

d) Un tapis rectangulaire a un périmètre de 13,60 m. Sa largeur est les $\frac{2}{3}$ de sa longueur. Calculer son aire.

Rép : $11,0976 \text{ m}^2$ ($l = 4,08 \text{ m}$) et $L = 2,72 \text{ m}$).

Exercice 10

1) Effectuer les opérations suivantes :

$$1 \text{ h } 27 \text{ min } 39 \text{ s} + 3 \text{ h } 48 \text{ min } 37 \text{ s} = 4 \text{ h } 75 \text{ min } 76 \text{ s} = 5 \text{ h } 16 \text{ min } 16 \text{ s}$$

$$7 \text{ h } 21 \text{ min } 32 \text{ s} - 4 \text{ h } 17 \text{ min } 49 \text{ s} = 7 \text{ h } 20 \text{ min } 92 \text{ s} - 4 \text{ h } 17 \text{ min } 49 \text{ s} = 3 \text{ h } 3 \text{ min } 43 \text{ s}$$

$$352 \text{ mm} + 12,3 \text{ cm} + 4,57 \text{ dm} = 3,52 \text{ dm} + 1,23 \text{ dm} + 4,57 \text{ dm} = 9,32 \text{ dm} = 93,2 \text{ cm} = 932 \text{ mm}$$

2) un bateau part de Marseille à 19h et arrive le lendemain matin à 8h. Quelle est la durée de la traversée ?

La durée totale de la traversée est de 5 h + 8 h soit de 13 h.

Exercice 11

On a représenté un petit cornet surmonté de sorbet :



Quel est le volume total du solide représenté.

Le volume du solide représenté est égal à la somme du volume de la demi-boule de rayon 2,3 cm soit

$$V_1 = \frac{\frac{4}{3} \times \pi \times (2,3 \text{ cm})^3}{2} \text{ et du c\^one de hauteur 6 cm et de base un disque de rayon 2,3 cm soit } V_2 = \frac{\pi \times (2,3 \text{ cm})^2 \times 6 \text{ cm}}{3}$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = \left(\frac{48,668\pi}{6} + \frac{31,74\pi}{3} \right) \text{ cm}^3 = \left(\frac{48,668\pi}{6} + \frac{63,48\pi}{6} \right) \text{ cm}^3 = \frac{112,16\pi}{6} \text{ cm}^3 \text{ (valeur exacte du volume)}$$

Soit environ 59 cm^3 valeur arrondie au cm^3

Exercice 12

On verse 3L d'eau dans un cylindre droit de 20 cm de diamètre et 12 cm de hauteur. L'eau débordera-t-elle ?
Sinon à quelle hauteur arrivera-t-elle ?

Maths, manuel de cycle 4, collection Dimensions, Hatier 2016

Calculons le volume du cylindre en cm^3 : $V = \pi \times (10 \text{ cm})^2 \times 12 \text{ cm} = 1200 \times \pi \text{ cm}^3$

D'autre part $3\text{L} = 3\text{dm}^3 = 3\,000 \text{ cm}^3$

$3\,000 \text{ cm}^3 < 1200 \times \pi \text{ cm}^3$ non l'eau ne débordera pas

Calculons la hauteur d'eau notée h_e dans ce cylindre : $V = \pi \times (10 \text{ cm})^2 \times h_e = 3\,000 \text{ cm}^3$

$$h_e = \frac{3\,000 \text{ cm}^3}{\pi \times (10 \text{ cm})^2} = \frac{30}{\pi} \text{ cm}$$

soit environ 9,55 cm de hauteur

Exercice 13

A demander en TD

49 En informatique, un octet (noté o) est un regroupement de 8 bits codant une information.

Le débit est une mesure de la quantité de données numériques transmises par unité de temps. Il est souvent exprimé en bits par seconde (bit/s, b/s ou bps) ou un de ses multiples.

Préfixes du système international (SI)

Nom	Symbole	Sens
Kilo	k	$\times 10^3$
Méga	M	$\times 10^6$
Giga	G	$\times 10^9$



a. Un fournisseur d'accès à Internet propose une connexion à 1 Gbit/s. Convertir ce débit en bit/s.

b. Que représente ce débit en octet/s ?

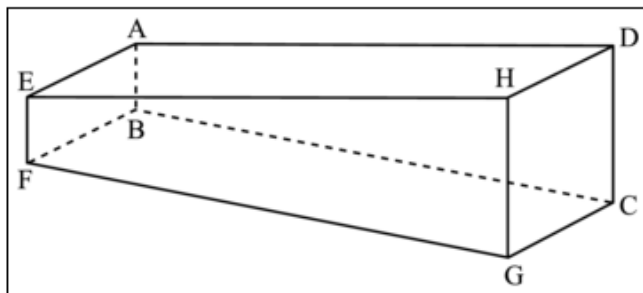
c. Avec ce débit, combien de temps faudrait-il pour télécharger un fichier de 500 Mo ?

Maths, manuel de cycle 4, collection Dimensions, Hatier 2016

ENTRAINEMENT SUR UN PROBLEME COMPLET DE CRPE (CRPE 2016, groupement 1)

Corrigé disponible en ligne : <https://www.arpeme.fr/wordpress/wp-content/uploads/2022/01/9A66162692C123A32A1-2016.pdf> p. 65 et suivantes

M. Durand souhaite faire construire une piscine. Cette piscine est représentée sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle.



- La surface horizontale apparente EADH est rectangulaire.
- Le fond FBCG, également rectangulaire, est en pente douce.
- Les parois verticales EABF et HDCG sont rectangulaires.
- La paroi verticale ABCD est un trapèze rectangle en A et D.
- La paroi verticale EFGH est un trapèze rectangle en E et H.

La piscine peut être vue comme un prisme droit de bases trapézoïdales ABCD et EFGH.

Dimensions de la piscine de M. Durand

La profondeur minimale EF et la profondeur maximale HG de la piscine sont fixées :

EF = 1,10 m et HG = 1,50 m.

La longueur EH et la largeur AE de la piscine restent à déterminer.

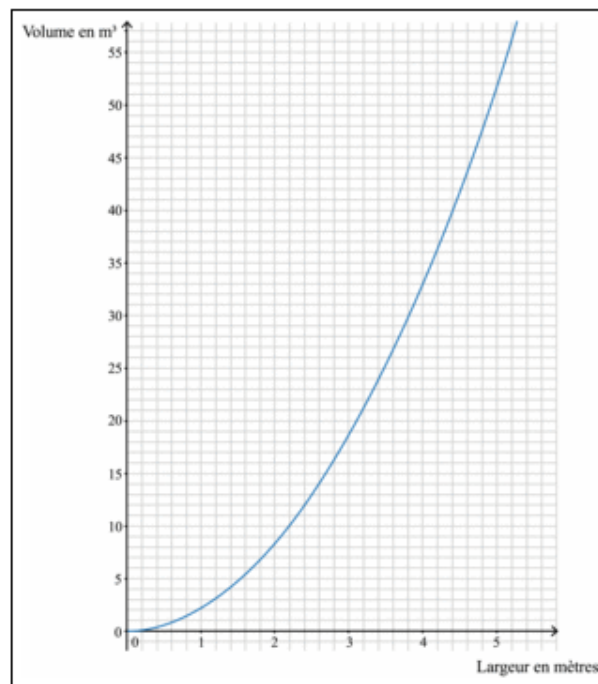
Pour des raisons d'esthétique, M. Durand souhaite que **la longueur de la piscine soit égale à 1,6 fois sa largeur**.

$$\text{Aire du trapèze} = \frac{(\text{grande base} + \text{petite base}) \times \text{hauteur}}{2}$$

$$\text{Volume du prisme droit} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

A. Volume de la piscine**1.****Étude graphique**

Le graphique donné ci-après représente le volume, en mètres cubes, de la piscine en fonction de sa largeur, en mètres.



Répondre par lecture graphique aux questions suivantes :

- Quel est le volume, en mètres cubes, de la piscine si sa largeur vaut 3 m ? Arrondir à l'unité.
- Quelle est la largeur, en mètres, de la piscine si son volume est 27 m^3 ? Arrondir au dixième.
- Donner un encadrement du volume, en mètres cubes, de la piscine si sa largeur est comprise entre 4 m et 5 m. Arrondir les valeurs utilisées à l'unité.

2.

Étude algébrique

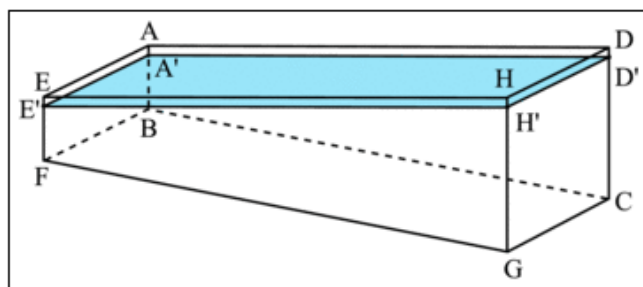
- Démontrer que le volume de la piscine, exprimé en mètres cubes, est donné par la formule $V(x) = 2,08x^2$ où x désigne la largeur, en mètres, de la piscine.
- Déterminer par le calcul la valeur exacte de la largeur de la piscine correspondant à un volume de 52 m^3 .

B. Mise en eau

M. Durand a choisi pour sa piscine une largeur de 5 m et une longueur de 8 m. Cette piscine est maintenant construite.

1.

M. Durand souhaite que le niveau d'eau soit à 10 cm du bord de la piscine. Le schéma ci-dessous n'est pas à l'échelle.



- Montrer que la piscine contient alors 48 m^3 d'eau. On peut utiliser les résultats de la partie A.
- M. Durand utilise un tuyau d'arrosage dont le débit est de 18 litres par minute. Quelle est la durée de remplissage de la piscine ? Donner la réponse en jours, heures et minutes, arrondie à la minute.

2.

Un dimanche matin à 8 heures, le volume d'eau de la piscine est de 48 m^3 . Le dimanche suivant à 8 heures, M. Durand constate que le niveau d'eau a baissé de 5 cm.

- Déterminer la quantité d'eau perdue en une semaine.
- Quel pourcentage de la quantité d'eau initiale cela représente-t-il ? Arrondir le résultat au dixième.

3.

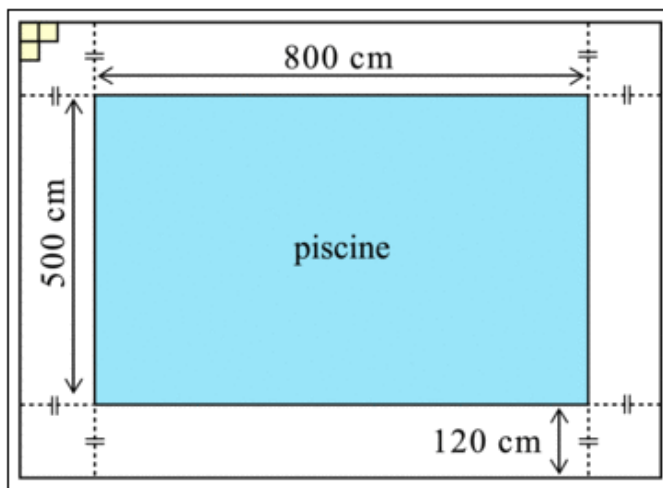
M. Durand a dépensé 207 € pour l'eau utilisée pour sa piscine en 2015. Si le prix de l'eau augmente de 3 % par an, à combien peut-il estimer ce budget annuel en 2020 ?

C. Dallage du sol autour de la piscine

M. Durand veut faire poser des dalles carrées autour de la piscine sur une largeur de 120 cm comme indiqué sur le schéma ci-après où on a représenté dans le coin supérieur gauche la disposition des premières dalles convenue avec le carreleur.

Les dalles utilisées sont toutes identiques et la longueur, en centimètres, de leur côté est un nombre entier.

On néglige l'épaisseur des joints.



1.
M. Durand souhaite ne pas avoir à couper de dalles. Quelles sont toutes les valeurs possibles pour la longueur du côté des dalles carrées ?
2.
M. Durand choisit des dalles carrées de 20 cm de côté.
 - a) Combien de dalles seront utilisées ?
 - b) En déduire le nombre de dalles nécessaires, s'il avait choisi des dalles carrées de 5 cm de côté.