TD 1b – Exercices sur l’écriture décimale de nombres entiers

<u>EXERCICE 1</u> Quel est le **chiffre** le plus grand sur l’image ci-contre ?

Le plus grand chiffre est **<u>4</u>**

<u>EXERCICE 2</u>

Quel est le chiffre des centaines de 3754 ?

Le chiffre des centaines est **<u>7</u>**

Quel est le nombre de centaines de 3754 ?

Le nombre de centaines est **<u>37</u>**

Quel est le chiffre des dizaines de 3754 ?

Le chiffre des dizaines est **<u>5</u>**

Quel est le nombre de dizaines de 3754 ?

Le nombre de dizaines est **<u>375</u>**

<u>EXERCICE3</u>

Combien de chiffres 3 utilise-t-on pour écrire les nombres de 1 à 300 ?

Pour écrire les nombres de 1 à 29, on utilise 3 fois le chiffre 3 (3,13,23)
Pour écrire les nombres de 30 à 39, on utilise 11 fois le chiffre 3 (10 fois pour les dizaines et une fois pour les unités dans 33)
Pour écrire les nombres de 40 à 99, on utilise 6 fois le chiffre 3 (43,53,63,73,83,93)
Donc pour écrire les nombres de 1 à 99 on a utilisé 20 fois le chiffre 3.
On utilise autant de fois le chiffre 3 pour écrire les nombres de 100 à 199 et de 200 à 299.
Enfin, on utilise une dernière fois le chiffre 3 pour 300.
Finalement, on a utilisé 20x3+1 soit **<u>61 fois le chiffre 3.</u>**

Combien de fois utilise-t-on le chiffre 0?

De 0 à 99, on utilise <u>9 fois</u> le chiffre 0 (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90)

De 100 à 109, on utilise <u>11 fois</u> le chiffre 0 (deux dans 100, et un pour les 9 nombres suivants 101, 102 ? 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109)

De 110 à 199 on utilise <u>9 fois</u> le chiffre 0 (110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190)

DONC on a utilisé <u>20 fois</u> le chiffre 0 pour écrire de 100 à 199.

On utilise autant de 0 pour écrire de 200 à 299, puis deux 0 pour écrire 300.

Au total on écrit 9 + 20x2 +2 = **<u>51 fois le chiffre 0.</u>**

EXERCICES 4

	Centaines	Dizaines	Unités
43	1	2	5

431 : nombre des centaines.

2 : chiffre des dizaines.

5 : chiffre des unités.

Le chiffre à trouver est **43125**

ou

Centaines	Dizaines	Unités
4 3 1	2	5

Remarquons qu'il est intéressant de mettre alors plusieurs chiffres dans les colonnes du tableau de numération pour exprimer le « nombre de... ».

Sans tableau :

On sait déjà que ce nombre se termine par 5.
431 centaines est égal à 431x100 = 43100
À ça on rajoute 2x10 pour les dizaines. On a donc : 43100 + 20 +5 = 43125

EXERCICES 4bis

Tous les chiffres sont différents.

Milliers (compris entre 15 et 16)	Centaines (chiffre multiple de 3)	Dizaines (chiffre successeur du chiffre des centaines)	Unités (chiffre pair > 5)
15	3 ~~9~~	Si centaine = 3 →4 ~~Si centaine = 9 → 10~~ impossible	6
15	3 6 ~~9~~	Si centaine = 3 →4 Si centaine = 6→ 7 ~~Si centaine = 9 → 10~~ impossible	8

Réponse : on peut donc trouver **15346, 15348, 15678.**

EXERCICE 5

Solution algébrique :

Soit x le nombre que je cherche. Si on écrit un 7 à sa droite et qu'il augmente de 529 alors :
$10x + 7 = 529 + x$
$10x - x = 522$
$9x = 522$
$x = 522/9$
$x = 58$

Remarquons que le fait d'écrire un 0 à droite d'un nombre revient bien à le multiplier par 10. Écrire un 7 à droite d'un nombre revient donc bien à multiplier le nombre par 10 puis ajouter 7 au résultat.

Solution arithmétique :

_ _ 7 − _ _ = 529

ou

529 + _ _ = _ _ 7

on pose l'addition :

$$\begin{array}{r} 529 \\ + \quad \_\,\_ \\ \hline \_\,\_\,7 \end{array} \qquad \text{en sachant que} \qquad \begin{array}{r} 529 \\ + \quad \_\,\_ \\ \hline \_\,\_\,7 \end{array}$$

On trouve d'abord le 1er chiffre :

$$\begin{array}{r} 5\overset{+1}{2}9 \\ + \quad \_\,8 \\ \hline \_\,8\,7 \end{array}$$

Puis le deuxième

$$\begin{array}{r} 5\overset{+1}{2}9 \\ + \quad 58 \\ \hline 587 \end{array}$$

On trouve le nombre $\boxed{58}$

Avec une soustraction : soit AB le nombre de départ. On pose la soustraction AB7-529=AB :

A B 7 - 5 2 9 A B	A 8 17 - 5 2+1 9 A 8	5 8 17 - 5 2+1 9 5 8

Finalement le nombre recherché est 58.

EXERCICE 5bis

Solution arithmétique :

On cherche un nombre A à deux chiffres dont la somme des chiffres est égale à 7 et un nombre B obtenu en permutant les deux chiffres de A.

On sait que B-A=27 donc B > A.

On peut faire 7 avec :

- 6+1 ou 1+6 ce qui nous donne B = 61 et A=16 **61-16 = 45**
- 5+2 ou 2+5 → B=52 et A=25 **52-25=27**
- 4+3 ou 3+4 → B=43 et A=34 **43-34=9**

B-A=27 donc la bonne solution est B=52 et A=25

Solution algébrique :

Exercice 5 bis : Soit A un nombre de deux chiffres dont la somme des chiffres est égale à 7. Soit B le nombre obtenu en permutant les deux chiffres de A. Trouver A sachant que B-A=27.

Soit x et y les deux chiffres qui composent A.
On sait donc que :
A = 10x + y
x + y = 7
B = 10y +x

Si B - A = 27 alors :
10y + x - (10x +y) = 27
10y+x-10x-y = 27
9y-9x = 27
y-x = 27/9 = 3

On a donc :
x+y =7 —> x= 7-y
y-x = 3

On remplace x dans la 2ème équation parce que l'on vient de trouver :
y-(7-y) = «3
2y = 10
y = 5

On a donc trouver y que l'on peut mettre dans la première équation :
x+5 = 7
x = 2

Donc :
A = 10x +y
= 10X2 + 5
= 25

EXERCICE 5ter

Avec un tableur (on pourrait le faire « à la main », mais ici on retrouve des formules algébriques) :

	A	B	C	D	E
1	chiffre des dizaines	chiffre des unités	nombre	nombre « permuté »	différence
2		'=9-A3	'=A3*10+B3	'=B3*10+A3	'=C3-D3
3	0	9	9	90	-81
4	1	8	18	81	-63
5	2	7	27	72	-45
6	3	6	36	63	-27
7	4	5	45	54	-9
8	5	4	54	45	9
9	6	3	63	36	27
10	7	2	72	27	45
11	8	1	81	18	63
12	9	0	90	9	81
13					
14					
15					

EXERCICE 6

Mon année de naissance est 1981.
1+9+8+1=19
La somme des chiffres qui la composent est égale à 19
1981-19=1962
1962=218×9
La différence entre mon année de naissance et la somme des chiffres qui le composent est bien un multiple de 9.

Soit A le chiffre des milliers
Soit B le chiffe des centaines
Soit C le chiffre des dizaines
Soit D le chiffe des unités

On peut donc écrire l'année sous la forme
1000A+100B+10C+D

On peut écrire aussi la somme des chiffres qui la composent sous la forme
A+B+C+D

Soit X la différence entre l'année de naissance et la somme des chiffres qui la composent
X=1000A+100B+10C+D-(A+B+C+D)
X=1000A+100B+10C+D-A-B-C-D
X=999A+99B+9C
X=9×(111A+11B+C)
X est donc un multiple de 9, l'affirmation est donc vraie.

EXERCICE 6bis

1er exemple : 625
$625-526=99$

2ème exemple : 432
$432-234=198$

$99=11\times9$
$198=22\times9$
Il semblerait que la différence entre les 2 nombres soit toujours un multiple de 9.

Soit A le chiffre des centaines
Soit B le chiffre des dizaines
Soit C le chiffre des unités
On peut écrire le nombre de départ sous la forme :
$100A+10B+C$
Le deuxième nombre peut donc s'écrire sous la forme :
$100C+10B+A$

La soustraction prend donc la forme :
$100A+10B+C-(100C+10B+A)$

Soit X la différence de cette soustraction
$X=100A+10B+C-100C-10B-A$
$X=99A-99C$
$X=9\times(11A-11C)$
X est un multiple de 9 donc la différence des ces deux nombres est bien un multiple de 9.

EXERCICES 7

EXERCICE 7	**EXERCICE 7bis**
Penser à deux nombres inférieurs strictement à 10. Multiplier le plus grand par 10, le plus petit par 9 et annoncer la différence des deux produits. Comment retrouve-t-on les nombres de départ ? 4 et 9 9 x 10 = 90 4 x 9 = 36 90 – 36 = 54 Le premier nombre (le plus petit) est le chiffre des dizaines du nombre final Le deuxième nombre (le plus grand) correspond à la somme des deux chiffres qui composent nombre final. Démonstration : Soient a et b les deux nombres choisis L'opération demandée est la suivante : (a x 10) – (b x 9) On développe : 10a – 9b = 10a – 10b + b = 10 (a - b) + b Soit le chiffre c = a – b, le nombre final s'écrirait donc cb et aurait les propriétés énoncées plus haut.	Prendre trois chiffres tous différents. Écrire tous les nombres possibles avec ces trois chiffres. Combien en trouvez-vous ? Faire la somme S des nombres obtenus puis diviser S par la somme des trois chiffres de départ. Recommencer avec trois nouveaux chiffres. Que constatez-vous? Expliquez. Je prends les chiffres 1, 5 et 8 J'obtiens 158, 185, 518, 581, 815 et 851 S = 158 + 185 + 518 + 581 + 815 + 851 S = 3108 S/(1+5+8) = 3108/14 = 222 Je prends les chiffres 2, 7 et 9 J'obtiens 279, 297, 792, 729, 972 et 927 S = 279 + 297 + 792 + 729 + 972 + 927 S = 3996 S/(2+7+9) = 3996/18 = 222 ➔ J'obtiens systématiquement le même résultat Démonstration : Soient a, b et c les trois chiffres choisis S = 2 x 100a + 2 x 100 b + 2 X 100 c + 2 x 10 a + 2 x 10b + 2 x 10c + 2a + 2b + 2c 1 S = 200 x (a + b + c) + 20 x (a + b + c) + 2 x (a + b + c) S = (a + b + c) (200 + 20 + 2) S = 222 x (a + b + c) S/(a + b + c) = 222 (quels que soient a, b et c strictement inférieurs à 10.

1 Remarquons que pour les chiffres a,b,c, la somme S peut s'écrire :

S=abc+acb+bac+bca+cab+cba

S=(ax100+bx10+c)+(ax100+cx10+b)+(bx100+ax10+c)+(bx100+cx10+a)+(cx100+ax10+b)+(cx100+bx10+a),

on a mis des parenthèses pour distinguer les nombres, mais elles peuvent être enlevées sans changer le résultat car il n'y a que des additions (donc pas de priorité des opérations).
On réorganise alors cette addition en remarquant que chaque terme intervient 2 fois, par exemple pour a :

S=(ax100+bx10+c)+(ax100+cx10+b)+(bx100+ax10+c)+(bx100+cx10+a)+(cx100+ax10+b)+(cx100+bx10+a)

Cela donne l'expression ci-dessus.

EXERCICE 8 – CRPE 2005 Lille

L'observation : il y a 39 étoiles, rangées de la manière suivante : 1 paquet de 25, puis deux paquets de 5 et il reste 4 étoiles.

1) a. □ □ □ donne $4 \times 25 + 4 \times 5 + 4 = 100 + 20 + 4 = 124$.
   b. $273 = 250 + 20 + 3 = 2 \times 125 + 0 \times 25 + 4 \times 5 + 3$ cela s'écrit donc ∧ ● □ ▽ .

2) a. Le nombre qui précède le nombre ▽ □ ● s'écrit ▽ ▽ □.

   b. Le nombre qui suit le nombre ∧ □ □ s'écrit ▽ ● ●.