

TD 1 – La construction des nombres et la numération à l'école

CORRECTION

Exercice 1 – Sujet CRPE 2020 Groupement 3

Situation 1

1. Rôle et attendus de la première phase

La phase 1 permet de **vérifier que les élèves ont compris l'enjeu de la situation**, à savoir : placer chaque étiquette au même rang, à la même position, que l'étiquette correspondante sur le modèle. Cette phase introduit aussi **ce qui sera ultérieurement un moyen de validation**, en vérifiant que les élèves ont bien compris les critères de réussite.

Deux attendus pour cette phase sont donc :

- **savoir repérer la position d'une image ;**
- **savoir placer une image à une position donnée.**

Remarque

En fait, pour réussir, il suffit de placer une image directement en dessous de son modèle ; les attendus ne seront donc pas atteints s'il n'y a pas d'étayage langagier fort de la part de l'enseignante.

2. Discussion autour des deux modèles de train proposés à la phase 2

Rappel

La capacité visée est : « utiliser le nombre pour repérer une position ».

Le **modèle 1** comporte trois motifs situés très près des extrémités pour deux d'entre eux : le carré est sur la 4^e case à partir de la gauche et le point noir sur la 3^e à partir de la droite. Le troisième motif est situé sur la 3^e case à droite du carré. Les élèves peuvent donc **percevoir globalement le nombre de cases vides entre deux éléments significatifs** (extrémités ou images déjà positionnées).

Sur le **modèle 2**, les images sont plus éloignées des extrémités et les unes des autres. Le repérage des positions relatives passe forcément par le **comptage** : soit **comptage/numérotage des cases**, soit **dénombrement par comptage de cases vides**.

3. Description des étapes de réalisation de la tâche

Pour réussir la tâche demandée dans la phase 2, un élève doit :

1. aller **observer** le train modèle ;
2. **choisir** un motif ;
3. **repérer la position** de ce motif sur le train modèle ;
4. **mémoriser** cette position ;
5. **retourner** à sa place ;
6. **trouver l'étiquette** comportant le même motif que celui choisi ;
7. **trouver la case**, sur le train personnel, se trouvant à la position repérée à l'étape 3 ;
8. **placer** le motif sur cette case ;
9. **recommencer** deux fois à partir de l'étape 1 (il n'y a plus de choix de motif possible à la dernière boucle).

4.

a) Description d'une procédure possible pour Sacha

Pour placer avec succès chacune des images du train modèle 2, Sacha peut **dénombrer huit cases vides** entre l'extrémité de gauche du modèle et le carré. Il va ensuite, sur son train, dénombrer huit cases à partir de la gauche, puis placer le carré directement après ces huit cases (vers la droite). Ensuite, sur le modèle, il peut **dénombrer quatre cases vides** entre le carré et l'étoile puis, sur son train, dénombrer quatre cases directement à droite du carré et placer l'étoile sur la suivante.

Pour placer le rond noir, il va **dénombrer les cases vides à partir de l'extrémité de droite** (il y en a 6) et faire de même sur son train.

b) Validation possible

Sacha peut savoir s'il a réussi **en rapprochant son train du modèle**, alignant verticalement les extrémités, puis en effectuant une **correspondance terme à terme**, cette procédure de vérification ayant été introduite à la phase 1.

Source : https://www.cap-concours.fr/donnees/enseignement/preparer-les-concours/les-epreuves-du-crpe/sujet-2020-groupement-academique-3-a_m051

Exercice 2 – La bataille

1. Citer deux compétences mathématiques travaillées par les élèves lors de ce jeu de bataille.

Première compétence : savoir dénombrer une petite quantité (de un à six), c'est à dire indiquer le cardinal de la collection de symboles sur la carte (soit combien elle comporte d'objets).

Deuxième compétence : savoir comparer deux nombres (savoir que 6 c'est plus que 4, ou que 4 c'est plus que 3).

2. Pour chaque compétence citée en réponse à la question 1., donner deux causes possibles d'erreurs.

- Deux causes d'erreurs possibles pour le dénombrement :

- Erreur d'énumération : si l'élève compte les dessins figurant sur la carte un à un, il peut en oublier un, ou prendre en compte deux fois le même.

- Erreur liée à une méconnaissance de la comptine numérique (chaîne numérique non stable) : l'élève peut par exemple dire « un, deux, trois, quatre, six ».

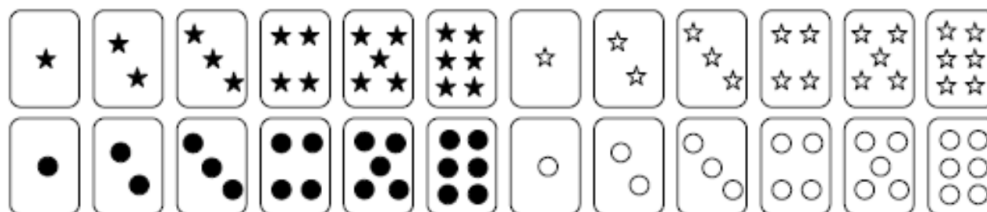
- Deux causes d'erreurs possibles pour la comparaison :

- La taille des objets peut causer des erreurs, par exemple un élève peut juger que les 6 carrés de la rangée du haut, c'est plus que les 6 carrés de la rangée du bas parce qu'ils sont plus grands.

- La disposition des éléments peut également causer des erreurs, par exemple les deux dispositions de 5 et 6 rectangles suivant une diagonales de la carte peuvent être perçues comme identiques.

Remarque : les erreurs de comparaison peuvent également être une conséquence d'erreurs de dénombrement.

3. L'enseignant peut utiliser un autre jeu de cartes représenté ci-dessous :



Comparer les intérêts respectifs de chacun des jeux au regard des deux compétences citées en réponse à la question 1.

Le deuxième jeu de carte présente deux différences essentielles par rapport au premier :

- Les éléments de chaque carte ont tous des dimensions à peu près identiques.
- Ces éléments sont disposés en constellation du dé ordinaire.

- Intérêt concernant le dénombrement.

Dans le deuxième jeu, on peut déterminer le nombre d'éléments d'une carte en reconnaissant la configuration : « c'est comme le 5 du dé ». Si les nombres correspondants aux constellations du dé est connu de l'élève, le dénombrement par comptage des éléments n'est pas nécessaire alors qu'il l'est pour certaines cartes du premier jeu. De ce point de vue, les deux jeux sont complémentaires car les deux types de dénombrement sont utiles.

- Intérêt concernant la comparaison des quantités.

Le deuxième jeu permet d'observer des décompositions des nombres : cinq est par exemple formé avec la configuration quatre à laquelle on rajoute un point au centre. 5 c'est 4 et encore 1, c'est plus que 4. Ce type de remarque est favorable aux débuts du calcul. Dans le premier jeu, on sera plutôt conduit à mettre en évidence que si on poursuit la comptine plus loin, il y a plus d'objets : cinq c'est plus que trois parce que cinq est après trois dans la comptine.

Cette compétence est également utile et les deux jeux sont là encore complémentaires.

La taille variable des éléments dans le jeu n°1 présente l'intérêt (si le maître procède ensuite à une verbalisation des procédures de comparaison) de faire comprendre le *principe d'abstraction*, c'est-à-dire que le nombre est indépendant de la taille des objets d'une collection.

Exercice 3 – Les poissons

- En comptant sur ses doigts : l'élève dénombre les poissons en levant un doigt à la fois. Lorsqu'il a terminé, il a donc levé 6 doigts et peut compter les doigts restants, ou reconnaître immédiatement qu'il en reste 6.
- En jouant sur des décompositions. Les poissons sont configurés de manière à faire penser à une configuration 5 et 1 (les 5 étant dans une configuration proche de la configuration 5 d'un dé ordinaire). Il peut voir alors qu'il manque 4 pour faire un deuxième 5, donc pour faire 10.
- Au vu et au su de l'élève, on place 10 jetons dans une boîte initialement vide, et opaque. On retire 6 jetons qu'on montre à l'élève, et on lui demande combien de jetons il reste dans la boîte. Après avoir fourni une réponse, l'élève peut la valider ou l'invalidier en regardant combien de jetons il reste dans la boîte.
- Cela est utile pour les additions et les soustractions lorsqu'il y a passage à une dizaine supérieure ou inférieure. Par exemple :
 - Addition : pour faire $6 + 8$, je fais $6 + 10 = 16$, puis, comme j'ai ajouté trop, je retranche le complément à 10 de 8, soit 2 : $16 - 2 = 14$ est on obtient le résultat. Autre proposition : pour faire $8 + 6$, je cherche le complément à 10 de 8, soit 2. Je fais $8 + 2 = 10$, il reste à ajouter 4 (ceci utilise donc aussi la décomposition $6 = 2 + 4$).
 - Soustraction : Pour faire $17 - 8$, je fais $17 - 10 = 7$, puis j'ajoute le complément à 10 de 8, soit 2, pour obtenir 9. Autre proposition, basée sur le sens « écart » ou « complément » de la soustraction : : Pour aller de 8 à 17, combien manque-t-il ? De 8 à 10, on trouve un écart de 2 (résultat mémorisé comme complément de 8 à 10) et de 10 à 17 on trouve un écart de 7 (par surcomptage, par exemple, voire par compétences en numération) ; ainsi, de 8 à 17, l'écart est de $2 + 7 = 9$.

Exercice 4 – Les coccinelles

Elève	Procédures	Erreurs	Hypothèse sur l'origine des erreurs
<u>Élève 1 :</u> En haut à gauche.	Il réalise des groupements de 10 coccinelles puis les dénombre.	Il répond 7 qui correspond au nombre de groupements et non de coccinelles. Il ne tient pas compte du nombre d'éléments qui composent ces groupements ni des deux éléments isolés.	Théo confond nombre de groupements et nombre de coccinelles. Il n'a pas conscience que ses groupements n'ont pas la même valeur que les unités. Par ailleurs ses groupements montrent des difficultés d'organisation spatiale pour énumérer une collection pouvant aller jusqu'à 10 éléments. Il n'a pas compris le système de numération décimale et le rôle joué par les groupements réguliers par dix.
<u>Élève 2 :</u> En haut à droite.	Il énumère les éléments un à un en les numérotant.	Il n'a pas achevé son comptage, puisqu'il s'est arrêté à 22 et ne donne pas de réponse.	La disposition des coccinelles rend l'énumération par ligne difficile, il semble s'arrêter lorsqu'il ne voit plus comment continuer. D'autre part, il n'associe pas efficacement une coccinelle à un numéro : cela engendre des oublis (à la fin de la première ligne à droite du 9, entre 12 et 13, entre 14 et 15 sous le 6). On peut également envisager qu'il ne connaît pas la suite numérique au-delà de 22.
<u>Élève 3 :</u> En bas à gauche.	Il regroupe les coccinelles par dix. Il dénombre les « dizaines » et les « unités » (coccinelles isolées) pour former son résultat.	Hugo trouve la bonne réponse mais suite à plusieurs erreurs qui se compensent : - ses groupements ne sont pas réguliers (ils ont entre 9 et 11 éléments). - certains de ses groupements ont une intersection non vide. - il ne compte que 3 coccinelles isolées au lieu de 4.	L'organisation spatiale de la collection ne facilite pas la réalisation de groupements de 10 : les multiples tracés et les effacements montrent les difficultés de Hugo. D'autre part, il n'a pas vu la quatrième coccinelle isolée entre les groupements.
<u>Élève 4 :</u> En bas à	Andréa compte les coccinelles une à une en les barrant au fur et à mesure.	Andréa trouve 64 coccinelles au lieu de 63.	Toutes les coccinelles sont marquées et aucune ne semble être marquée deux fois. On peut donc supposer que dans cette tâche fastidieuse, Andréa aura, en récitant la comptine numérique, énoncé deux mots nombres en ne barrant qu'une seule coccinelle ou oublié un mot-nombre.

Exercice 5 – Trois devinettes

- 572 726

Astuce : indiquer le rang des chiffres par des points, par exemple, puis compléter au fur et à mesure les points à l'aide de chiffres, en fonction des informations données. Ne pas oublier de positionner les espaces et de bien regrouper les chiffres par trois.

- 86 999
- 49 999

Exercice 6 – Évaluation

On donne ci-dessous les réponses de deux élèves à une évaluation posée par un enseignant.

1. *À quel niveau de l'école primaire cette évaluation a-t-elle pu être proposée ?*

Les nombres dépassent 1000. Cette évaluation a pu être proposée en CE2.

2. *Quels objectifs spécifiques sont évalués à travers les différents exercices de cette épreuve ?*

Ex 1 : Comprendre le principe positionnel de notre numération

Ex 2 a) Utiliser le principe positionnel de notre numération

Ex 2 b) c) Utiliser le principe décimal de notre numération : b) $10u = 1d$ et c) $25c = 2500$

Ex 3 : Utiliser le principe décimal de notre numération

Ex 4 : Utiliser le principe positionnel de notre numération

3. *Analysez et expliquez l'évolution des procédures de résolution mises en œuvre par ces deux élèves dans l'exercice 1. Comparez et interprétez leurs réponses à la question c.*

Perrine : Perrine compte par paquet de dizaines, puis dizaines et centaines, puis dizaines, centaines et milliers. Dans la dernière question elle utilise le fait que $20c = 2000$.

Marie-Victoire : Elle effectue des additions itérées pour obtenir le résultat. Elle passe par le calcul.

A la question c, Perrine et Marie-Victoire ont trouvé le même nombre mais ne l'ont pas écrit de la même façon.

Perrine a utilisé le fait que $2540 = 25c + 4d$

Perrine n'a pas regroupé les centaines trouvées, elle en reste à ce qu'elle identifie comme une décomposition.

4. *Pour Perrine, analysez les réponses aux questions 2 et 4 et indiquez quel bilan des connaissances de l'élève peut être réalisé à partir de cette analyse.*

L'ex 2 a) et l'ex 4 sont réussis.

Dans l'exercice 2) b) elle n'identifie pas l'étiquette 24 d comme étant 240.

Dans l'exercice 2) c) elle confond 12d et 12c.

Cela montre une mauvaise compréhension des liens entre les unités de numération.

Perrine réussit toutes les questions mettant en jeu uniquement l'aspect positionnel de notre numération. Elle échoue aux items qui mettent en jeu l'aspect décimal.