

UE Savoirs, didactique et pratiques pédagogiques en français et mathématiques
Évaluation de mathématiques n°2 - Samedi 04 mai 2024
Eléments de correction

Exercice 1

Dans cet exercice, pour chaque question, une seule réponse est exacte.

Sur votre copie, écrire le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie en justifiant votre choix.

Question 1 : Voici la répartition des notes (sur 20) obtenues par des élèves à un contrôle.

Note sur 20	5	6	9	12	14	17
Effectif	1	5	6	4	9	2

La médiane des notes est égale à ...

➤ **Réponse B : 12**

Justification : La note médiane est celle qui compte autant de notes inférieures à elle que supérieures à elle. Listons les notes des élèves dans l'ordre croissant :

5 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 9 ; 9 ; 9 ; 9 ; 9 ; 9 ; 12 ; **12** ; 12 ; 12 ; 14 ; 14 ; 14 ; 14 ; 14 ; 14 ; 14 ; 14 ; 14 ; 17 ; 17

La note médiane est 12.

Autre justification : Il y a 27 élèves, en effet : $1 + 5 + 6 + 4 + 9 + 2 = 27$.

$27 : 2 = 13,5$

La médiane de la série est la 14^{ème} valeur de cette série. La 14^{ème} valeur atteinte est 12.

Question 2 : On considère un dé équilibré à 4 faces (une rouge, une bleue et deux jaunes). On lance ce dé et on note la couleur de la face du dessus. La probabilité que la couleur obtenue soit jaune est égale à ...

➤ **Réponse C : $\frac{1}{2}$**

Justification : Dans cette expérience aléatoire toutes les issues sont équiprobables.

Ce dé a deux faces jaunes sur 4 faces. La probabilité d'obtenir une face jaune est : $P(J) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Question 3 : On considère un dé à 4 faces (une rouge, une bleue et deux jaunes) et un deuxième dé à 6 faces numérotés de 1 à 6. On suppose les deux dés bien équilibrés et on les lance simultanément. La probabilité d'obtenir rouge et un nombre pair est égale à

➤ **Réponse C : 0,125**

Justification : Les issues possibles sont des couples du type :

(couleur de la face obtenue du dé à 4 faces ; nombre de la face supérieure du dé à 6 faces).

Il y a donc 4×6 possibilités, soit 24 issues possibles.

Les couples qui répondent à la question sont (R ; 2) ; (R ; 4) et (R ; 6).

La probabilité de l'événement « Obtenir une boule rouge et un nombre pair » est égale à : $\frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 0,125$

Question 4 : Voici la copie d'un fichier sur tableur

	A	B	C	D
1		Masse de déchets plastiques par habitants en kg	Nombre d'habitants en millions	Masse totale de déchets plastiques en milliers de kg
2	FRANCE	43	66,4	
3	USA	130	333,3	
4	CHINE	45	1412	

La formule à taper dans la cellule D2 est ...

➤ **Réponse B : `= B2*C2*1 000 000/1 000`**

Justification : la masse totale de déchets plastiques est le produit de la masse de déchets plastiques par habitant en kg par le nombre d'habitants en millions, qui s'exprime en millions de kg.

$$53 \text{ kg} \times 66,4 \times 1\,000\,000 = 3\,519\,200\,000 \text{ kg}$$

soit en milliers de kg : $53 \text{ kg} \times 66,4 \times 1\,000\,000 / 1\,000 = 3\,519\,200$ milliers de kg

Question 5 : On considère un parallélépipède rectangle de dimensions 30 cm, 20 cm et 15 cm.
Sa contenance en litres est égale à ...

➤ **Réponse A : 9 L**

Justification : $V = 30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} = 9\,000 \text{ cm}^3$

Or, $1 \text{ L} = 1\,000 \text{ cm}^3$ donc : $V = 9 \text{ L}$.

Question 6 : Un multiple de 15 est toujours ...

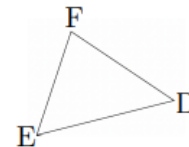
➤ **Réponse B : divisible par 3**

Justification : soit N un multiple de 15, N peut alors s'écrire de la forme : $15 \times k$, où k est un nombre entier

$$N = 5 \times 3 \times k = 3 \times (5 \times k), \text{ où } (5 \times k) \text{ est un nombre entier}$$

N apparaît donc comme un multiple de 3, c'est-à-dire N est divisible par 3.

Question 7 : Tracer l'image du triangle EDF par la symétrie d'axe (ED).



La bonne réponse est

➤ **Réponse C**

Justification : Appelons F' le point symétrique du point F par rapport à la droite (ED).

La droite (FF') doit être perpendiculaire à (ED). Seule la réponse C convient.

Exercice 2

On veut réaliser avec le logiciel Scratch la rosace ci-dessous à partir du script incomplet ci-dessous.

Rosace	Script principal incomplet	Script du motif incomplet
	1 quand est cliqué	1 définir Motif
	2 montrer	2 stylo en position d'écriture
	3 effacer tout	3 avancer de 80 pas
	4 aller à x: 0 y: 0	4 répéter 2 fois
	5 s'orienter à 90	5 avancer de 50 pas
	6 répéter 6 fois	6 tourner de 64 degrés
	7 Motif	7 avancer de 50 pas
	8 aller à x: 0 y: 0	8 tourner de 64 degrés
	9 tourner de 60 degrés	9 relever le stylo
	10 cacher	

On rappelle que l'instruction signifie que le lutin et le stylo sont orientés horizontalement vers la droite.

1. Quelle est la nature du quadrilatère contenu dans le motif ? Justifier votre réponse

D'après le script du motif, le quadrilatère non croisé tracé a 4 côtés de même longueur (50 pas), c'est un losange. Ce n'est pas un carré car l'angle entre deux côtés consécutifs n'est pas égal à 90° .

2. a. Compléter les lignes 6 et 9 du script principal.

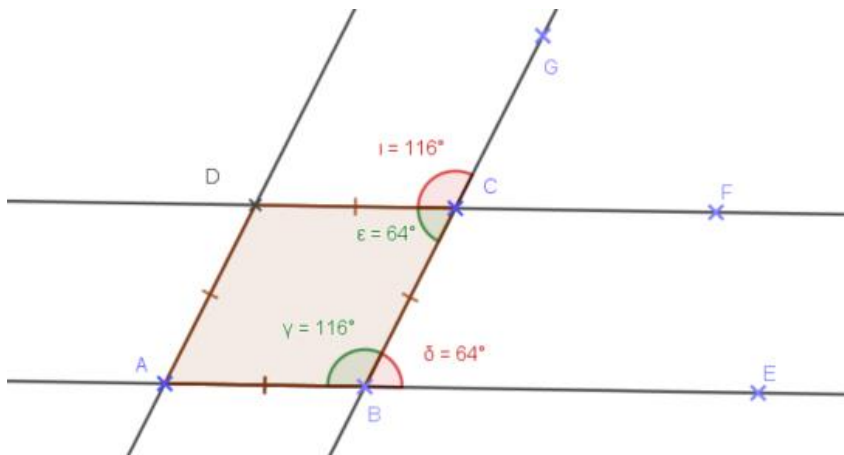
Ligne 6 : *répéter 5 fois* (En effet, la rosace est obtenue par 5 rotations successives du motif).

Ligne 9 : *tourner de 72° dans le sens horaire* (En effet, l'angle de la rotation est égal à $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$)

b. Compléter la ligne 8 du script du motif.

Ligne 8 : *tourner de 116° dans le sens horaire*.

Justification possible (non exigée) : le losange a deux angles consécutifs supplémentaires, c'est-à-dire que la somme de ces deux angles est égale à 180° .



A la ligne 6 du programme : l'angle de rotation de 64° est l'angle $\widehat{EBC}$. L'angle $\widehat{ABC}$ du losange est l'angle supplémentaire à l'angle $\widehat{EBC}$, il mesure : $180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$.

A la ligne 8 du programme : l'angle de rotation est l'angle $\widehat{DCG}$, qui est l'angle correspondant à l'angle $\widehat{ABC}$. Puisque les droites (AB) et (DC) sont parallèles, les angles $\widehat{DCG}$ et $\widehat{ABC}$ sont de même mesure : 116° .

3. En prenant pour échelle 1 cm pour 20 pas, construire sur l'annexe 1 la figure obtenue par le bloc « motif ».

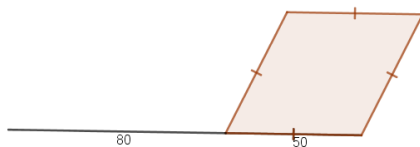
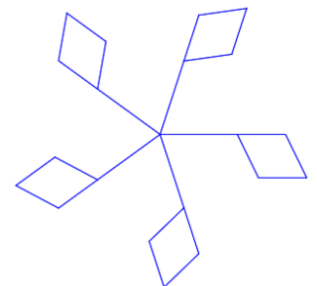


Figure qui respecte les proportions mais qui n'est pas à l'échelle demandée.

4. Faire les modifications nécessaires dans le script du motif pour obtenir la rosace ci-contre, en précisant les numéros des lignes modifiées dans le script du motif.

Ligne 6 : *tourner de 64 degrés dans le sens horaire*

Ligne 8 : *tourner de 116° dans le sens horaire*



Exercice 3

Un.e enseignant.e de CM2 pose à ses élèves l'exercice suivant.

Dans une coopérative agricole, sur un panneau, on peut y lire :

- Deux kilos de pommes de terre « Charlotte » coûtent 3 euros.
- Cinq kilos de pommes de terre « Charlotte » coûtent 7,50 euros.

Quel est le prix de 7 kilos de pommes de terre ?

1. Proposer trois résolutions différentes attendues d'un élève de CM2.
Pour chaque résolution, on nommera la (ou les) propriété(s) utilisée(s).

On considère que cette situation est une situation de proportionnalité.

Résolution 1 : à l'aide de la propriété de linéarité additive de la proportionnalité

2 kg de pommes de terre coûtent 3 euros.

5 kg de pommes de terre coûtent 7,50 euros.

2 kg + 5 kg de pommes de terre coûtent donc 3 € + 7,50 €, soit 10,5 €.

Résolution 2 : à l'aide des propriétés de linéarité mixte multiplicative et additive de la proportionnalité

2 kg de pommes de terre coûtent 3 euros.

Or, $7 \text{ kg} = 3 \times 2 \text{ kg} + 2 \text{ kg} : 2$

7 kg de pommes de terre coûtent donc $3 \times 3 \text{ €} + 3 \text{ €} : 2$, soit 10,5 €.

Résolution 3 : à l'aide d'une procédure de retour à l'unité, à l'aide de la propriétés de linéarité multiplicative

2 kg de pommes de terre coutent 3 euros, donc 2 fois moins de pommes de terre coute deux fois moins cher : 1 kg de pommes de terre coûte 1,5 euros.

7 kg de pommes de terre coûtent 7 fois plus cher, soit $7 \times 1,5 \text{ €}$ c'est-à-dire 10,5 €.

Résolution 4 : en utilisant le coefficient de proportionnalité entre les grandeurs masse et prix

Le coefficient de proportionnalité est égal à : $\frac{3 \text{ €}}{2 \text{ kg}} = 1,5 \text{ €/kg}$

Donc 7 kg de pommes de terre coûtent $7 \text{ kg} \times 1,5 \text{ €/kg} = 10,5 \text{ €}$.

2. Déterminer la masse de pommes de terre pour 5,40 euros.

$$5,4 \text{ €} = 1,8 \times 3 \text{ €}$$

Pour 3 euros, on a 2 kg de pommes de terre.

Donc pour $1,8 \times 3 \text{ €}$, on aura $1,8 \times 2 \text{ kg}$ de pommes de terre, soit 3,6 Kg

Ou en utilisant le coefficient de proportionnalité : $5,40 \text{ €} \times \frac{2}{3} \text{ kg/€} = 3,6 \text{ kg}$

Remarque : dans cette question le coefficient de proportionnalité n'est pas un nombre décimal, cette procédure n'est envisageable qu'en cycle 4 !.

Exercice 4

1. Écrire les nombres suivants en utilisant l'écriture à virgule :

a) 7 unités et 58 dixièmes : $7 + \frac{58}{10} = 12,8$

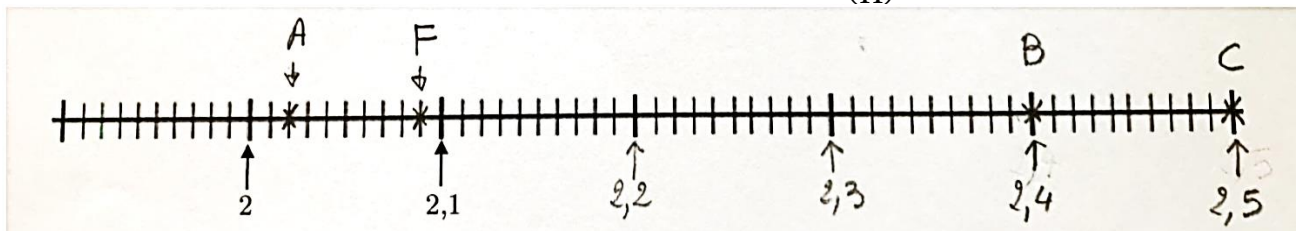
b) 128 centièmes : $\frac{128}{100} = 1,28$

c) $5 + \frac{12}{1000} = 5,012$

2. Cette question est à faire intégralement sur l'annexe 2 où se trouve une droite graduée.

a) Placer que la droite graduée les points suivants : A(2, 02) ; B $(\frac{24}{10})$; C $(2 + \frac{1}{2})$

b) Situer de manière approximative sur la droite graduée le point F $(\frac{23}{11})$



3. Un enseignant de CM2 propose l'exercice suivant à ses élèves :

Dans chaque cas, comparer les nombres en utilisant les signes $>$, $<$ ou $=$

a) 3,2 et 2,65 b) 1,515 et 1,52 c) 0,15 et 0,8 d) 17 et 1,8 e) 4,07 et 4,9

Élève 1	a. Quelle conception erronée des nombres décimaux est à l'origine des erreurs de l'élève 1 ? Argumenter votre réponse.
a) $3,2 < 2,65$	L'élève 1 a comparé les nombres selon le nombre de chiffres qui le compose (méthode de comparaison correcte avec des nombres entiers) et sans prendre en compte la virgule, ce qui est une conception erronée des nombres décimaux non entiers.
b) $1,515 > 1,52$	
c) $0,15 > 0,8$	
d) $17 < 1,8$	
e) $4,07 > 4,9$	

Donc, pour l'élève 1 : $0,15 > 0,8$ car il 0,15 a plus de chiffres que 0,8.

Pourtant, $0,15 = \frac{15}{100}$ et $0,8 = \frac{80}{100}$.

$\frac{15}{100} < \frac{80}{100}$ donc $0,15 < 0,8$.

Élève 2

- a) $3,2 > 2,65$
- b) $1,515 > 1,52$
- c) $0,15 > 0,8$
- d) $17 > 1,8$
- e) $4,07 < 4,9$

b. Quelle conception erronée des nombres décimaux est à l'origine des erreurs de l'élève 2 ? Argumenter votre réponse.

L'élève a considéré un nombre décimal écrit avec une virgule comme la juxtaposition de deux nombres entiers, ce qui est une conception erronée des nombres décimaux non entiers.

Donc, pour l'élève 2, $1,515 > 1,52$ car $515 > 52$

Pourtant, $1,515 = 1 + \frac{515}{1\,000}$ et $1,52 = 1 + \frac{520}{1\,000}$.

$\frac{515}{1\,000} < \frac{520}{1\,000}$ donc $1,515 < 1,52$.

ATTENTION !! 515 n'est pas la partie décimale du nombre 1,515.

La partie décimale du nombre 1,515 est 0,515.

Exercice 5

Partie A :

On considère la figure F suivante.

- Sur l'annexe 3, construire une figure F1 de même aire que la figure F mais de périmètre plus petit.
- Sur l'annexe 3, construire une figure F2 de même périmètre que la figure F mais d'aire plus grande.

Figure F

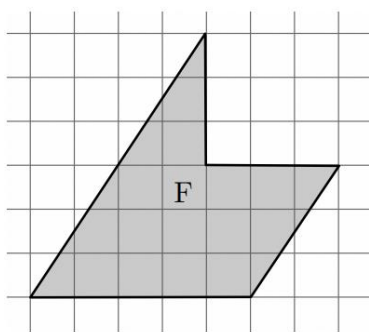


Figure F1 de même aire que la figure F mais de périmètre plus petit.

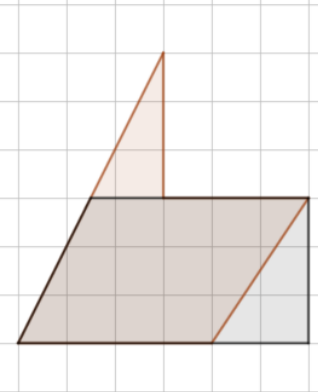
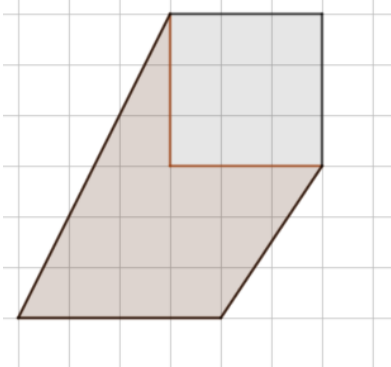


Figure F2 de même périmètre que la figure F mais d'aire plus grande.



Remarque : il y a d'autres possibilités...

Partie B

Un enseignant de CM2 demande à ses élèves de construire un rectangle d'aire 16 cm^2 .

Ses élèves ne disposent pas de la calculatrice pour résoudre cet exercice.

- Donner 4 couples (longueur ; largeur) de réponses. Il n'est pas nécessaire de construire les rectangles.

On rappelle que dans un rectangle la longueur est supérieure ou égale à la largeur.

Il y a une infinité de couples de longueurs (L ; l) tels que $L \times l = 16 \text{ cm}^2$ avec L et l des nombres positifs.

On peut choisir une mesure de longueur L , en cm, et une mesure de largeur l , en cm, parmi les diviseurs entiers de 16 : (2 cm ; 8 cm) ; (1 cm ; 16 cm) ; (4 cm ; 4 cm) puis d'autres couples de nombres tels que (0,5 cm ; 32 cm) ; (0,25 cm ; 64 cm), etc.

Largeur	Longueur	Aire	Périmètre
1 cm	16 cm	16 cm^2	34 cm
2 cm	8 cm	16 cm^2	20 cm
4 cm	4 cm	16 cm^2	16 cm
0,5 cm	32 cm	16 cm^2	65 cm
3,2 cm	5 cm	16 cm^2	16,4 cm

- Citer trois connaissances ou savoirs-faires nécessaires pour répondre à la question 1.

- Connaître la formule de l'aire d'un rectangle
- Savoir décomposer un nombre en produit de deux facteurs
- Savoir effectuer une division

3. Un élève a construit un rectangle de largeur 3 cm et de longueur 5,3 cm.

a. Émettre une hypothèse sur le raisonnement suivi par cet élève.

L'élève a fixé une longueur de 3 cm et a cherché l'autre longueur qui permet d'obtenir une aire égale à 16 cm².
Pour cela, il détermine le quotient de la division décimale de 16 cm² par 3 cm, au dixième.
Le raisonnement est correct.

b. Avec une largeur de 3 cm, la longueur du rectangle peut-elle être égale à 5,3 cm ?

Justifier votre réponse. Si votre réponse est non, vous donnerez la valeur de la longueur.

Le couple (5,3 cm ; 3 cm) ne convient pas. En effet : 5,3 cm x 3 cm = 15,9 cm² et non 16 cm².

L'élève a calculé une valeur décimale approchée du quotient au dixième près.

La réponse exacte est : $\frac{16}{3}$ cm.

Exercice 6

On considère la figure à main levée suivante où :

ABC est un triangle rectangle en A

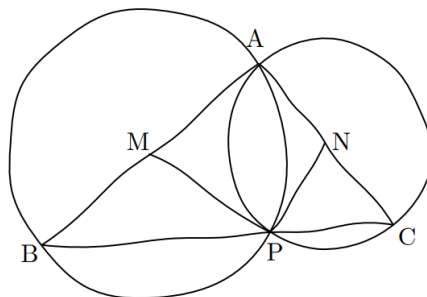
M est le centre du cercle de diamètre [AB]

N est le centre du cercle de diamètre [AC]

P est un point d'intersection des deux cercles

Les points C, B et P sont alignés

AB = 4,8 cm ; AN = 1,8 cm



1. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ? Justifier.

Affirmation 1 : La droite (MN) est la médiatrice du segment [AP].

Les points A et P sont sur le cercle de centre M donc MA = MP, ce qui signifie également que le point M appartient à la médiatrice du segment [AP].

De même, les points A et P appartiennent au cercle de centre N donc NA = NP, ce qui signifie également que le point N appartient à la médiatrice du segment [AP].

Les points M et N appartiennent à la médiatrice de [AP], on peut en déduire que (MN) est cette médiatrice.

L'affirmation est vraie

Affirmation 2 : Le quadrilatère AMPN est un rectangle.

Tout rectangle a deux côtés opposés de même longueur.

Or ici : $AM = \frac{AB}{2} = \frac{4,8 \text{ cm}}{2} = 2,4 \text{ cm}$

Les points A et P appartiennent au cercle de centre N donc NP = NA = 1,8 cm

Donc AM $\neq$ NP

Le quadrilatère AMPN n'est pas un rectangle.

L'affirmation 2 est fausse.

2. Calculer le périmètre du triangle ABC

Notons Pe le périmètre du triangle ABC : $Pe = AB + BC + AC$

$Pe = 4,8 \text{ cm} + BC + 2 \times 1,8 \text{ cm}$

Calculons la longueur BC :

Dans le triangle ABC rectangle en A, on applique le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (4,8 \text{ cm})^2 + (3,6 \text{ cm})^2$$

$$BC^2 = 36 \text{ cm}^2$$

$$BC = \sqrt{36 \text{ cm}^2} = 6 \text{ cm}$$

$Pe = 4,8 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 2 \times 1,8 \text{ cm} = 14,4 \text{ cm}$

Le périmètre du triangle ABC mesure 14,4 cm.