

M1 groupe E MATHS

TICE 3 : PROPORTIONNALITE, FRISES ET PAVAGES, FONCTIONS

1^{ère} partie : grandeurs, proportionnalité, %, vitesses, et tables de multiplication

Tableur

Télécharger sur Moodle, dans séance TICE n°3, le fichier « Classeur séance 3 ». Ouvrir le tableur.

Un feuillet est prévu pour chaque exercice de cette première partie.

EXERCICE.1

Avec 100 kg de blé, on fait 75 kg de farine et avec 25 kg de farine, on fait 30 kg de pain.

- Montrer que le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la masse de blé à celle de farine est 0,75.
- Quel est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la masse de farine à celle de pain ?
- Construire un tableau comme celui ci-dessous (tableau 1) et compléter les cellules pour que le tableau indique les masses de farine et de pain obtenues à partir d'une masse de blé indiquée en A1.
- Pouvez-vous obtenir directement la masse de pain à partir de celle de blé ? (tableau 2)

	A	B	C	D	E
1	masse de blé en kg			masse de blé en kg	
2	masse de farine en kg			masse de pain (en kg)	
3	masse de pain (en kg)				
4	tableau 1			tableau 2	
5					

EXERCICE.2

Olivier achète sur un site internet différents articles. Il profite d'une période de soldes pour obtenir une réduction 40% sur le prix TTC de chaque article. Sachant que le montant de la TVA est de 20%, compléter la feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1	Articles	Prix HT	Montant TVA en €	Prix TTC en €	Prix soldés en €
2		En €			
3	Blu-ray	16,5			
4	Jeu PC	33			
5	CD		3,1		
6	livre			33	
7				Prix à payer	

Voir la fin de cette partie pour le tableau complété.

EXERCICE.3 _Comprendre le rôle des « dollars »

Antoinette souhaite construire à l'aide du tableur, la table de multiplication de 1 à 10

- Antoinette écrit, dans la cellule B2, la formule suivante : « = A2*B1 » puis étire ensuite la formule vers la droite : que se passe-t-il ?
- Quelle proposition de formule dans la cellule B2 pouvez-vous lui faire ? (Vous pouvez vous aider du « à retenir » ci-dessous).
- Quelle formule choisir pour permettre de compléter la table de multiplication en l'étirant vers le bas et vers la droite ?

➔ A retenir : dans le cas où la copie d'une formule contenue dans une cellule **ne doit pas modifier** la valeur référence située dans cette cellule, **on ajoute le symbole \$** devant le numéro de ligne ou de colonne que l'on souhaite fixer dans la copie de la cellule. **On parle alors d'un adressage absolu.**

EXERCICE.4 (D'après CRPE Juin 2012)

On a relevé la durée mise par plusieurs élèves pour effectuer un parcours de 2880 m et on souhaite calculer leur vitesse moyenne en m/min puis en km/h. On construit pour cela une feuille de calcul comme ci-dessous.

	A	B	C	D	E
1	Distance totale parcourue (en m) :				2880
2	Elève	Classe	Durée		Vitesse moyenne (en m/min)
3			Minutes	Secondes	
4	Armand	5e A	25	15	=E\$1/(C4+D4/100)
5	Bakhali	5e B	25	26	
6	Clotilde	5e A	26	24	
7	Florent	5e C	26	30	
8	Julie	5e B	25	20	

Ce tableau nous indique que l'élève Armand a mis 25 minutes et 15 secondes pour faire les deux tours de parcours.

- Sans le tableur, calculer sur papier la vitesse moyenne (en m/min) d'Armand.
- Avec le tableur, vérifier si la formule « =E\$1/(C4+D4/100) » entrée dans la cellule E4 donne-t-elle le résultat souhaité. Sinon la corriger.
- On envisage de recopier vers le bas la formule correcte entrée dans E4 pour calculer la vitesse moyenne (en m/min) des élèves de 5^e du collège. Pourquoi le symbole « \$ » devant « 1 » est-il nécessaire ?
- Construire une nouvelle colonne pour calculer les vitesses moyennes de chacun des élèves en km/h.

EXERCICE.5

Un enseignant souhaite construire un tableau comme ci-dessous permettant de calculer les distances réelles en fonction des distances sur une carte de Reims au 1/12 500. Quelle formule peut-il saisir dans la cellule d'adresse B4 ?

Il souhaite maintenant obtenir les distances réelles dès qu'il modifie l'échelle saisie dans la cellule d'adresse B1. Quelle formule peut-il saisir dans la cellule d'adresse B4 ?

Aide : pensez à vérifier vos formules en entrant plusieurs valeurs dans la cellule B3.

	A	B
1	échelle:	1/12 500
2		
3	Distance sur la carte	
4	Distance réelle	
5		

EXERCICE.6 CRPE 2016

Les télésièges sont équipés de véhicules fixés par un câble.

Sur un télésiège donné, tous les véhicules ont le même nombre de sièges, généralement compris entre deux et six. Pour des raisons de sécurité, l'espacement minimal E en mètres (m) entre deux véhicules sur le câble dépend de la vitesse de déplacement des véhicules et du nombre de sièges par véhicule selon la formule $E = V \left(4 + \frac{n}{2} \right)$. Formule valable pour un nombre de sièges inférieur ou égal à six avec où V désigne la vitesse des véhicules en mètres par seconde (m/s) et n , le nombre de sièges par véhicule



	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Nombre de sièges par véhicule					
2		Vitesse en m/s	2	3	4	5	6	
3		2	10	11	12	13	14	
4		2,1	10,5	11,55	12,6	13,65	14,7	
5		2,2	11	12,1	13,2	14,3	15,4	
6		2,3	11,5	12,65	13,8	14,95	16,1	
7		2,4	12	13,2	14,4	15,6	16,8	
8		2,5	12,5	13,75	15	16,25	17,5	
9		2,6	13	14,3	15,6	16,9	18,2	
10		2,7	13,5	14,85	16,2	17,55	18,9	
11		2,8	14	15,4	16,8	18,2	19,6	
12		2,9	14,5	15,95	17,4	18,85	20,3	
13		3	15	16,5	18	19,5	21	
14		3,1	15,5	17,05	18,6	20,15	21,7	
15		3,2	16	17,6	19,2	20,8	22,4	
16		3,3	16,5	18,15	19,8	21,45	23,1	
17		3,4	17	18,7	20,4	22,1	23,8	
18		3,5	17,5	19,25	21	22,75	24,5	
19		3,6	18	19,8	21,6	23,4	25,2	
20		3,7	18,5	20,35	22,2	24,05	25,9	
21		3,8	19	20,9	22,8	24,7	26,6	
22		3,9	19,5	21,45	23,4	25,35	27,3	
23		4	20	22	24	26	28	
24		4,1	20,5	22,55	24,6	26,65	28,7	
25		4,2	21	23,1	25,2	27,3	29,4	

Dans la suite de cet exercice on considère que l'espacement entre les véhicules est l'espacement minimal ainsi calculé.

1. La cellule E13 contient la valeur 18. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
2. Choisir une formule parmi celles données ci-dessous qui peut être saisie en E3 puis étirée vers le bas pour calculer l'ensemble des valeurs de la colonne E.

= \$B3 * (4 + E\$2/2)	= 2 * (4 + 4/2)	= 12
= B3 * (4 + E2/2)	= B3 * (4 + 4/2)	= \$B\$3 * (4 + \$E\$2/2)

3. Le débit D en nombre de personnes par heure est fourni par la formule : $D = 3\,600 n \frac{V}{E}$.

L'affirmation suivante est-elle cohérente avec les données de cet exercice ?

Les télésièges fabriqués en 2010 sont généralement équipés de véhicules à quatre places, avec une vitesse de ligne de 2,3 m/s et peuvent, au maximum, atteindre un débit de 2 400 personnes par heure.
Source : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Télesiège>

4. Pour des véhicules à quatre sièges, une vitesse de 2 m/s fournira-t-elle un meilleur débit qu'une vitesse de 3 m/s ? (On se placera dans le cadre d'un espacement minimal dans chaque situation)
5. Montrer que, dans le cas où on choisit l'espacement minimal en fonction de la vitesse, le débit peut s'exprimer uniquement en fonction du nombre de sièges par véhicule. Cela confirme-t-il ou non le résultat trouvé à la question 4. ?

EXERCICE.7

Dans une région de France très fréquentée par les touristes, M. Martin vient d'acheter un château du XVII^e siècle. Afin de financer des travaux, il envisage d'ouvrir au public sa propriété, et étudie le projet suivant : présenter un spectacle dans le parc de son château pendant la saison touristique.

Après une rapide enquête, il semblerait qu'à 10 € l'entrée pour ce spectacle, il pourrait compter sur 50 spectateurs par jour, mais que, si le prix baissait, le nombre de spectateurs augmenterait : ainsi, par exemple, à chaque baisse du prix d'entrée de 0,50 € il y aurait 12 spectateurs supplémentaires.

Il décide d'étudier sérieusement le problème et souhaite trouver le prix d'entrée à fixer pour que sa recette soit maximale. Pour cela, il utilise un tableur et commence le tableau ci-dessous.

1. Quel serait le nombre de spectateurs si le prix d'entrée était de 9 € ? Quelle serait alors la recette ?
2. Quelles formules doit-on écrire dans les cellules **B5**, **C5** et **D5** afin que les deux conditions suivantes soient réalisées simultanément :

- si on change les valeurs écrites dans les cellules **E1** et **E2**, la feuille de calcul est réactualisée automatiquement ;
- on veut effectuer une recopie automatique de ces formules vers le bas.

3. M. Martin veut savoir à quel prix fixer l'entrée de son spectacle pour que sa recette soit maximale.

a) Trouver ce prix et préciser alors la recette et le nombre de spectateurs.

b) On veut repérer la recette maximale à l'aide de l'ordinateur. Quelle formule, étirable vers le bas, peut-on proposer dans la cellule **E6** pour répondre à cette question?

	A	B	C	D	E
1	Montant de chaque baisse de prix d'entrée (en €)				0,5
2	Augmentation correspondante du nombre de spectateurs				12
3	Nombre de baisses	Prix d'entrée en €	Nombre de spectateurs	Recette en €	Comparaison des recettes
4	0	10	50	500	
5	1	9,5	62	589	
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

Autocorrection exercice 2

Vous devez trouver les mêmes valeurs que celles qui figurent dans le tableau rempli ci-dessous.

Articles	Prix HT en €	Montant TVA en €	Prix TTC en €	Prix soldés en €
Blu-ray	16,5	3,3	19,8	11,88
Jeu PC	33	6,6	39,6	23,76
CD	15,5	3,1	18,6	11,16
livre	27,5	5,5	33	19,8
			Prix à payer	66,6

2^{ème} partie : frises et pavages

EXERCICE.1 Frises

1- Compléter la frise (en mode papier crayon) :



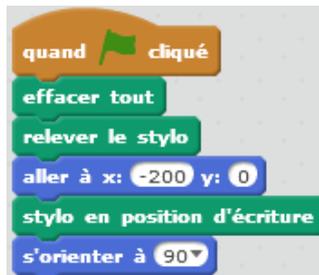
2- Création du motif de base sous Scratch. -Changer le lutin



et réduire sa taille



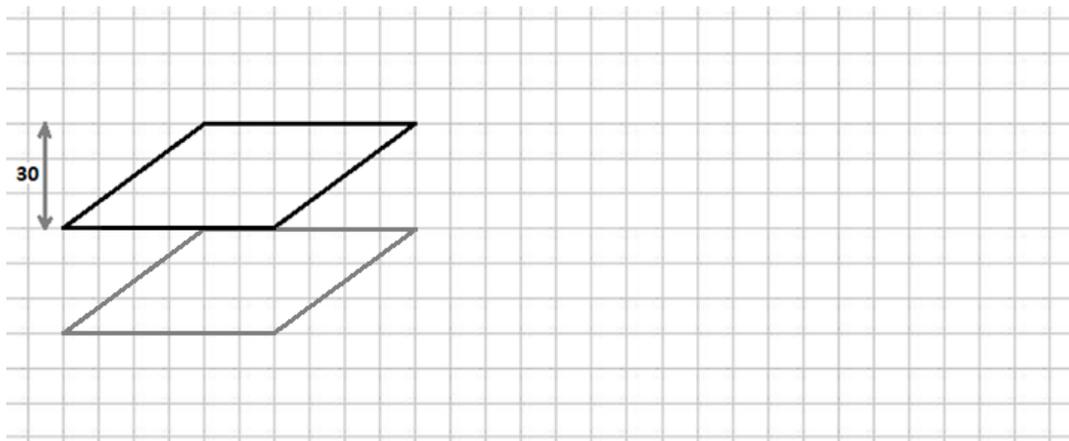
Voici le début du programme :



3- Compléter le programme, en répétant le motif de base afin d'avoir votre frise dessinée à la question 1.

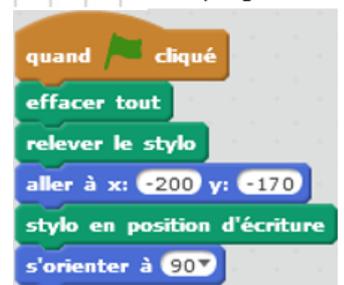
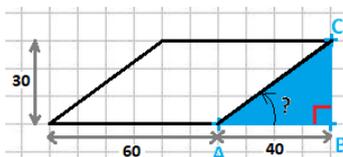
EXERCICE.2 Pavages

1- Compléter le pavage ci-dessous (en mode papier crayon) :

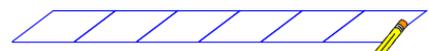


2- En utilisant le début de programme ci-contre, créer le pavage réalisé précédemment en :

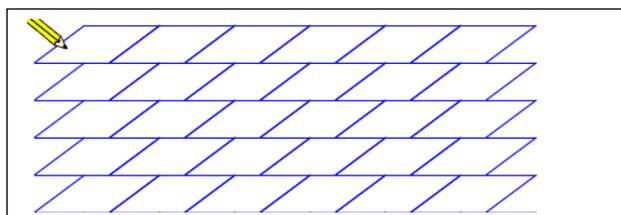
a) Commenant par tracer le premier parallélogramme



b) Répétant le motif parallélogramme pour obtenir cette frise en ligne :

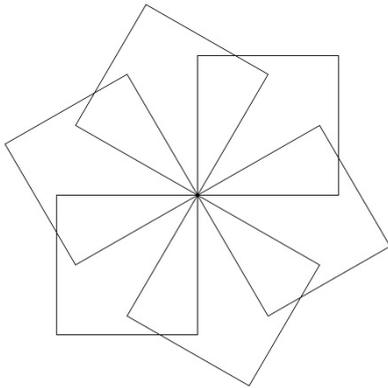


c) Répétant la frise pour obtenir le pavage final



EXERCICE.3 Transformations (CRPE 2020 G2)

1- Pour réaliser la rosace ci-dessous, on a défini un motif « Carré » et on a utilisé le programme suivant.



```

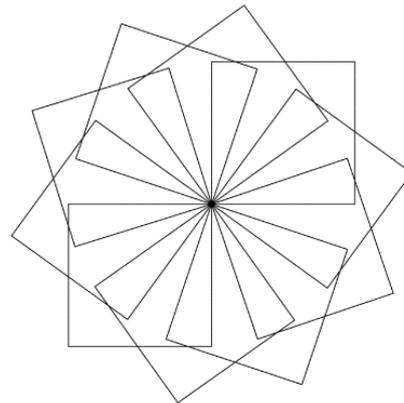
    quand est cliqué
    montrer
    aller à x: -120 y: 0
    s'orienter à 90
    effacer tout
    répéter 6 fois
    carré
    tourner de 60 degrés
    cacher

    définir carré
    répéter 4 fois
    stylo en position d'écriture
    avancer de 50 pas
    tourner de 90 degrés
  
```

Combien de motifs « Carré » composent la rosace ?

2- Quelle transformation géométrique permet de passer d'un motif « Carré » au motif « Carré » suivant ?

3- Clément souhaite modifier le programme pour que la rosace soit composée de 10 motifs comme contre.



Quelles modifications doit-il apporter au programme ?

4- Inès souhaite obtenir la figure ci-dessous où chaque motif est espacé de 10 pixels.



Par quelles instructions doit-elle remplacer l'instruction `tourner de 60 degrés` pour obtenir cette nouvelle figure ?

EXERCICE.4 Transformations (CRPE 2020 G6)

1- Le bloc ci-contre réalisé sous scratch, permet de dessiner un losange. Trois nombres A, B et C ont été effacés.

- Expliquer pourquoi le nombre A est 50.
- Justifier que le nombre B est 140
- Déterminer la plus petite valeur possible pour le nombre C en expliquant.

```

    définir LOSANGE
    répéter C fois
    tourner de 40 degrés
    avancer de 50 pas
    tourner de B degrés
    avancer de A pas
  
```

2- Voici trois figures et trois scripts écrits sous Scratch à l'aide du bloc précédent.

Dans chacune des trois figures, le point marqué représente le point de départ du lutin.

a) Associer à chaque figure le script qui permet de l'obtenir, aucune justification n'est attendue.

Figure 1

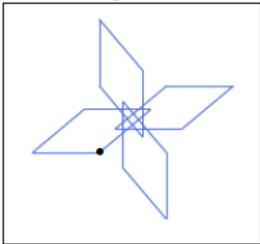


Figure 2

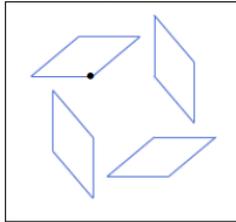


Figure 3



Script A

```

quand [drapeau] est cliqué
mettre la taille à 30 % de la taille initiale
s'orienter à 90
stylo en position d'écriture
LOSANGE
répéter 3 fois
relever le stylo
avancer de 100 pas
stylo en position d'écriture
LOSANGE
    
```

Script B

```

quand [drapeau] est cliqué
mettre la taille à 30 % de la taille initiale
s'orienter à 90
stylo en position d'écriture
LOSANGE
répéter 3 fois
relever le stylo
avancer de 50 pas
stylo en position d'écriture
tourner de 90 degrés
LOSANGE
    
```

Script C

```

quand [drapeau] est cliqué
mettre la taille à 30 % de la taille initiale
s'orienter à 90
stylo en position d'écriture
LOSANGE
répéter 3 fois
relever le stylo
avancer de 50 pas
stylo en position d'écriture
tourner de 90 degrés
LOSANGE
    
```

b) Considérant pour chacune des figures obtenues le losange pointé comme motif de référence, quelle transformation permet d'obtenir la figure complète ?

3^{ème} partie : fonctions

EXERCICE.1 (d'après un sujet de Bordeaux, 2002)

Le prix du billet de bus de la compagnie Youbus est déterminé en fonction du nombre de km, à raison de 0,14€ le km. Cette société décide de proposer des tarifs préférentiels aux 20-40 ans :

Tarif A : réduction de 25% sur tous les trajets.

Tarif B : achat d'une carte « tarif jeune » à 30€ puis réduction de 50% sur tous les trajets.

Partie 1 : sur tableur

1. Construire un tableau de valeurs pour le tarif A et le tarif B, pour des distances parcourues allant de 0 à 1500 km, avec un pas de 50 km .
2. Construire les représentations graphiques de ces deux tarifs :
3. A partir du graphique, répondre à la question suivante : A partir de quelle distance le tarif B est-il plus avantageux que le tarif A ?

Infos : Sélectionner les deux colonnes de données (Distances parcourues, tarif A) puis choisir « Insertion- graphique- nuage de points ».

→ Vous obtenez la courbe représentative de la fonction tarif A en fonction de la distance parcourue

Puis pour faire apparaître la courbe représentative de la fonction tarif B en fonction de la distance parcourue sur le graphique précédent :

Poser la souris sur le graphique - faire un clic droit -sélectionner des données – ajouter – renseigner la deuxième série de données.

→ Vous obtenez la courbe représentative de la fonction tarif B en fonction de la distance parcourue sur le précédent graphique.

Partie 2: sur papier

On note $A(x)$ la fonction qui donne le tarif A en fonction du nombre de km parcourus x .

On note $B(x)$ la fonction qui donne le tarif B en fonction du nombre de km parcourus x .

Retrouver la réponse à la question précédente par le calcul.

Le prix normal d'un billet de bus est proportionnel au nombre de kilomètres parcourus, le prix de 1 km est 0,14€.

b) Donner une formule qui, entrée dans la cellule B2 puis recopiée vers la droite, permet de compléter la ligne 2.

Réponse : B2 =.....

c) On veut qu'en modifiant la valeur de k en B3, les distances soient recalculées automatiquement.

La formule proposée au a) satisfait-elle cette nouvelle contrainte ?

Si oui, pourquoi ? Si non, en proposer une autre qui convient.

2) Calculer la distance de freinage sur route sèche pour une vitesse de 72 Km/h.

3) Construire la courbe représentative de la fonction qui à la vitesse associe la distance de freinage. Il s'agit de placer dans un repère les points d'abscisse x et d'ordonnée d(x). Réaliser ce travail avec le tableur en sélectionnant les colonnes adéquates puis en choisissant successivement dans les menus suivants : *Insertion – Graphique – Nuage de points*.

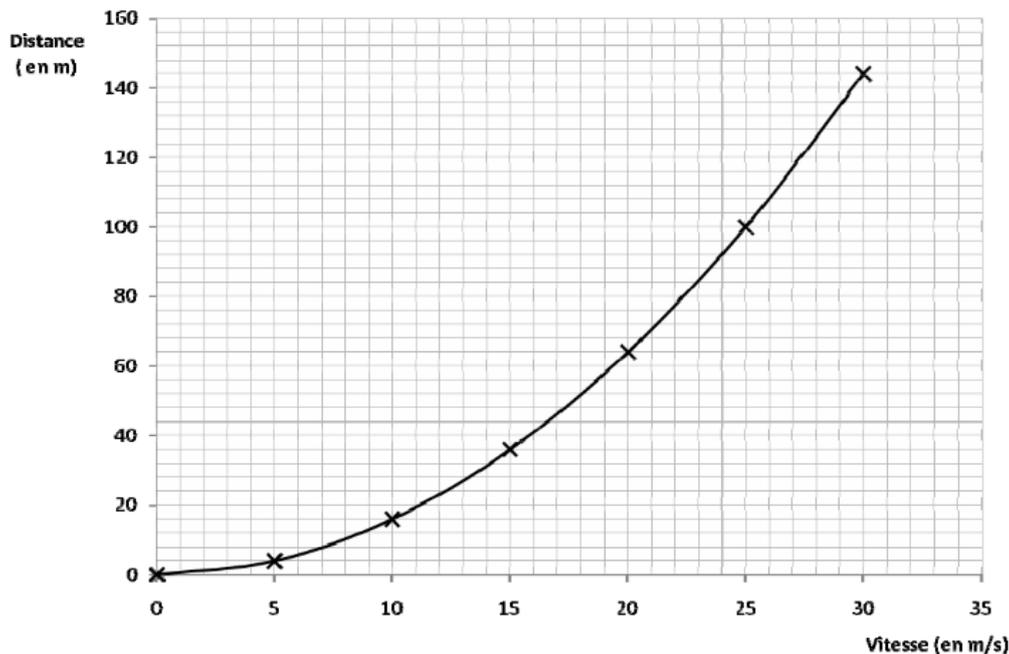
Pour rendre le graphique plus lisible, on peut jouer sur l'échelle de l'axe des abscisses avec un clic droit « mise en forme de l'axe »

4) A partir de quelle vitesse (arrondie à l'unité, en Km/h), la distance de freinage sur route sèche est supérieure à 45 mètres ? Justifier votre réponse.

Partie B

Sur une route mouillée, le coefficient k est différent de 0,08.

Après avoir modifié la valeur de k dans la feuille précédente, on a construit la représentation graphique qui donne la distance de freinage sur route mouillée en fonction de la vitesse.



1) En utilisant cette représentation graphique estimer la valeur du coefficient k sur route mouillée.

2) Où se situerait la représentation graphique donnant la distance de freinage sur route sèche en fonction de la vitesse, par rapport à la représentation graphique tracée ? Justifier la réponse par le calcul.

EXERCICE.4

EXERCICE 7 : Un artisan fabrique chaque mois entre 0 et 60 vases en bois précieux. Il estime que le coût de fabrication de x vases est donné par la fonction $C(x) = x^2 - 10x + 500$.

Chaque vase est vendu 50€. On suppose que tous les vases fabriqués sont vendus. La recette est donc donnée par la fonction $R(x) = 50x$

Le bénéfice est défini comme la différence entre la recette et la coût de fabrication : $B(x) = R(x) - C(x)$

Créer une feuille de calcul EXCEL

	A	B	C	D	E	F
1	x	C(x)	R(x)	B(x)	Min	Max
2	0	500	0	-500	-500	400
3	1	491	50	-441		
4	2	484	100	-384		

- Dans la colonne A, entrer x , le nombre de vases, qui peut aller de 0 à 60.
- Dans la colonne B, faire calculer le coût de fabrication de x vases.
- Dans la colonne C, faire calculer la recette obtenue pour la vente de x vases.
- Enfin dans la colonne D, faire calculer le bénéfice obtenu pour la vente de x vases.

Par lecture du tableau, répondre aux questions suivantes :

1) Quel est le coût de fabrication de 30 vases ? Quelle est alors la recette ? Quel est le bénéfice ?

2) L'artisan cherche la quantité à fabriquer pour obtenir un bénéfice maximal :

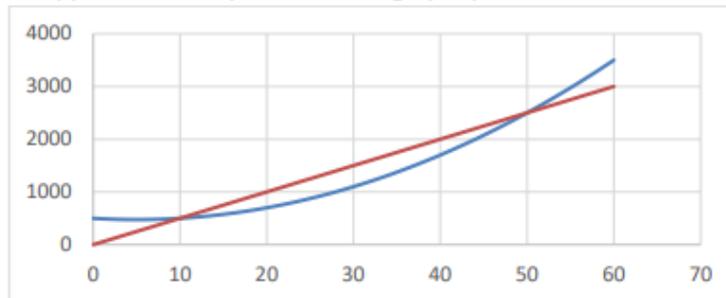
Dans la cellule E2 taper la formule =MIN(D2:D62) pour obtenir le bénéfice minimal

Dans la cellule F2 taper la formule =MAX(D2:D62) pour obtenir le bénéfice maximal

Combien l'artisan doit-il fabriquer de vases pour un bénéfice maximal ?

Représenter les courbes :

Sélectionner les colonnes A, B et C du tableau puis dans « Insertion, Graphique, Nuage de points, nuage de points avec courbes lissées » faire apparaître les représentations graphiques des fonctions coût, recette.



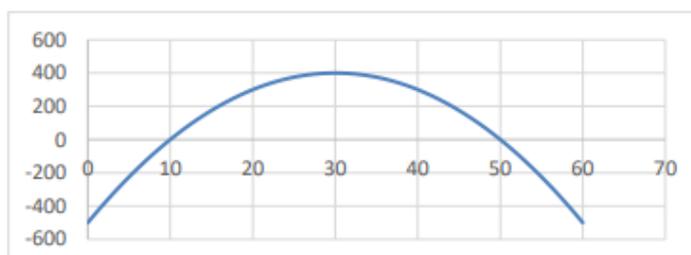
Par lecture graphique répondre aux questions suivantes :

1) Pour quels nombres de vases, le coût de fabrication est-il égal à la recette ?

2) Combien faut-il fabriquer de vases pour que la recette soit supérieure au coût ?

Représenter uniquement la fonction bénéfice

Pour obtenir la représentation graphique de la fonction bénéfice, sélectionner la colonne A, puis en tenant appuyé (Ctrl) sélectionner la colonne D, puis « Insertion, Graphique, Nuage de points, nuage de points avec courbes lissées ». Retrouver par lecture graphique le nombre de vases à fabriquer pour obtenir un bénéfice maximum.



Partie C : sans tableur

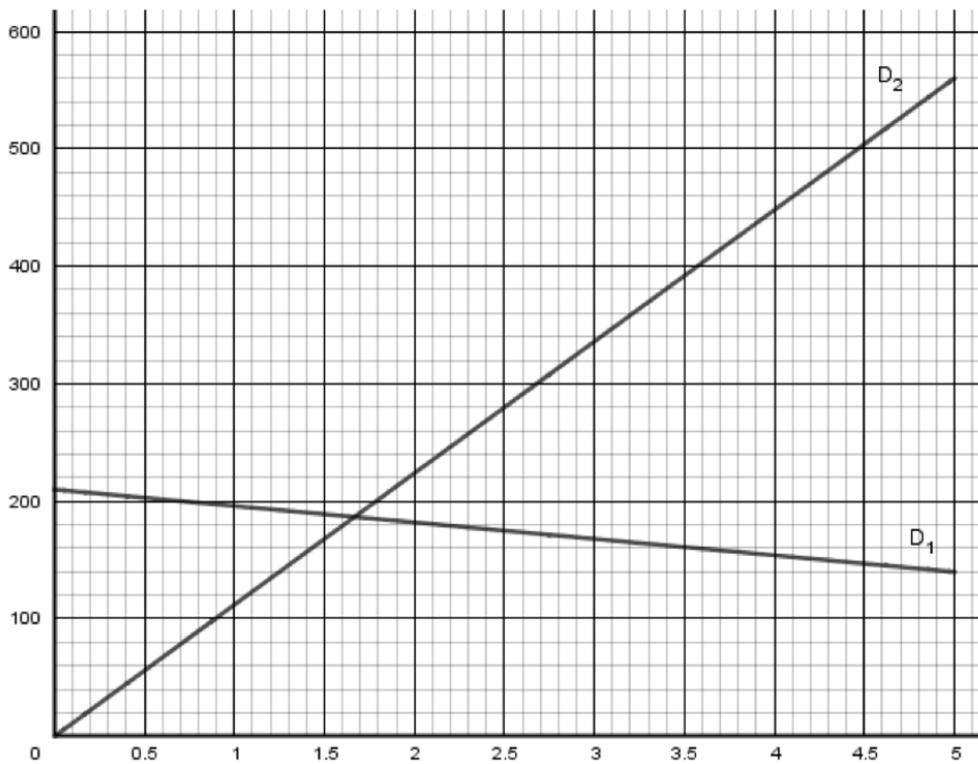
1. Exprimer le volume de la pyramide OABCD en fonction de x .
2. Montrer que le volume du socle en bois est $210 - 14x$.
3. Montrer que le volume de la pyramide en verre OEFGH est $112x$.
4. Quelle valeur choisir pour x , pour que le volume de la pyramide en verre soit égal au double du volume du socle en bois ?
5. On considère les fonctions f et g définies pour tout x compris entre 0 et 5 par :

$$f(x) = 210 - 14x$$

et

$$g(x) = 112x$$

On a représenté dans un repère orthogonal ces deux fonctions.



- a. Déterminer quelle fonction (f ou g) est représentée par chacune des droites D_1 et D_2 ? Justifier.
- b. Déterminer avec la précision permise par le graphique les valeurs de x pour lesquelles le volume du socle en bois est inférieur ou égal au volume de la pyramide en verre.
- c. Retrouver le résultat précédent en posant puis en résolvant une inéquation.