

TD: Proportionnalité au cycle 4

I – Petits problèmes pour commencer.

Pour chacun, dites d'abord si vous pouvez répondre en justifiant, et si oui, donner la réponse.

1. Un enfant pèse 40 kg à 10 ans. Combien pèsera-t-il à 40 ans ?
2. Si je paye 36,50€ pour 12 kg de tomates, combien dois-je payer pour 7 kg ?
3. La roue arrière d'une bicyclette fait exactement 9 tours à chaque fois que le pédalier fait 2 tours. Combien de tours fera-t-elle si le pédalier fait 18 tours ?
4. Un véhicule parcourt une distance de 60 km en 45 minutes. Combien de temps lui faudra-t-il pour parcourir 120km ?
5. Un ressort s'allonge de 4 cm pour une masse de 25 g. De combien s'allongera-t-il pour une masse de 40g ?
6. Il faut payer 1,06 euros pour une lettre de 20g, combien doit-on payer pour une lettre de 30g ?

II – Exercices de proportionnalité

Pour chacun des exercices, on précisera les grandeurs qui sont proportionnelles.

Exercice 1. La voiture de Pierre consomme 5 litres d'essence aux 100km. Avec 30 € Pierre peut acheter 20 litres d'essence. Combien coûtera à Pierre un voyage en voiture de 500 km ?

Exercice 2. Avec 100 kg de blé, on fait 75 kg de farine et avec 25 kg de farine, on fait 30 kg de pain. Quelle est la masse de blé nécessaire pour faire 450 kg de pain ?

Exercice 3. Brigitte lit en moyenne 300 mots en 150 secondes. Alex lit en moyenne 320 mots en 192 secondes. Qui lit le plus rapidement ?

Exercice 4. Soit deux prêts : un de 8294 euros où je rembourse 912,30 euros d'intérêts, et un autre de 9941 euros où je rembourse 1044 euros d'intérêts. J'affirme que le premier est plus avantageux que le second car je rembourse moins d'intérêts. VRAI ou FAUX ?

Exercice 5.

L'enseignant propose un dernier exercice :

Dans une ville, il y a deux médiathèques.

Le service culturel de cette municipalité effectue un recensement des fonds d'ouvrages de chaque établissement. À cette fin, les documentalistes ont relevé les éléments suivants :

- à la médiathèque Jean JAURÈS, on peut trouver 5000 ouvrages dont 40% de romans ;
- à la médiathèque George SAND, on peut trouver 4000 ouvrages dont 60% de romans.

Calculer le pourcentage de romans au sein du service culturel de la ville.

- 1) Pourquoi cet exercice s'inscrit-il dans une séquence d'apprentissage traitant de la proportionnalité ?
- 2) Après une phase de recherche individuelle, l'enseignant organise une phase de mise en commun.
Paul dit : « J'ai trouvé 50% parce que c'est exactement entre 40% et 60% ».
 - a) Quelle erreur de raisonnement Paul commet-il ?
 - b) Par quel nombre faudrait-il remplacer 5000 pour que 50% soit la bonne réponse ?
Justifier la réponse.

III – Problème de proportionnalité entre des distances (longueurs) et des durées ... et donc avec des vitesses (constantes ou moyennes)

Exercice 1.

- a. Quelle est la distance parcourue par une voiture qui roule à la vitesse moyenne de 90km/h pendant 1h20min ?
- b. Combien de temps faut-il pour parcourir 100km à la vitesse constante de 75km/h ?
- c. Quelle est la vitesse moyenne d'un coureur à pieds qui parcourt 80 km en 32min ? On donnera le résultat en km/h et m/s.

Exercice 2.

Emile Mifoufou se rend de la ville A à la ville B par une autoroute de montagne, puis revient à son point de départ. La distance entre les deux villes est de 165 km. Emile roule à 50 km/h de moyenne au cours du trajet aller et à 110 km/h de moyenne au cours du trajet retour.

"J'ai fait du 80 de moyenne sur l'aller-retour" déclare-t-il à son amie Emma.

"Pourquoi rentres-tu si tard alors ?" lui répond Emma.

1. Qu'en pensez-vous ? Emile a-t-il réellement roulé à 80 km/h de moyenne sur le trajet aller-retour ?
2. Représenter graphiquement le trajet en fonction du temps et retrouver graphiquement les résultats de l'exercice. On mettra en abscisse la durée et en ordonnée la distance parcourue.

Exercice 3.

Pour s'entraîner, un cycliste effectue un parcours aller-retour entre deux villes A et B distantes de 45 km. Il part de la ville A à 9h30 et on considère qu'à l'aller, il roule à une vitesse constante de 30 km/h. Après un repos d'une heure, il repart de la ville B et cette fois-ci rejoint la ville A à la vitesse constante de 50 km/h.

- 1) À quelle heure arrive-t-il à la ville B ?
- 2) Représenter graphiquement la distance entre le cycliste et la ville A sur l'intégralité du parcours. On placera en abscisse l'heure de la journée et en ordonnée la distance entre le cycliste et la ville A exprimée en km.
- 3) À quelle heure est-il de retour à la ville A ? Donner le résultat en heures et minutes.

IV-Problèmes entre deux valeurs successives et leur taux d'évolution. Taux d'évolution global à partir des taux d'évolution successifs. Taux d'évolution réciproque.

Rappel de cours : <https://www.maths-et-tiques.fr/telech/FormulaireStmg.pdf>

Ex1 : Les soldes débutent... Un magasin affiche une baisse de 30 % sur tous ses articles.

Cela signifie que la baisse des prix est proportionnelle aux prix initiaux et qu'un article à 100 € baisse de 30 €, et coutera donc 70 €.

a) Compléter le tableau ci-dessous :

Anciens prix (€)	100	72	40	124
Baisse (€)	30			
Nouveaux prix (€)	70			

b) Anciens et nouveaux prix sont-ils proportionnels ? Si oui, calculer le coefficient de proportionnalité permettant de passer des anciens aux nouveaux prix.

Ex 2 : Sur l'achat d'une voiture, on bénéficie d'une première réduction de 5%. Sur le solde, on bénéficie d'une seconde réduction de 4%.

a) Compléter le tableau ci-dessous :

Prix sans réduction	100	13500	P
Prix après la 1ère réduction			
Prix après la 2ème réduction			

Réduction globale			
-------------------	--	--	--

b) Montrer que le prix final ainsi que la réduction globale sont proportionnels au prix sans réduction. Pour cela, il suffira de donner des coefficients de proportionnalité.

c) Quelle proportion du prix initial représente la réduction globale ? Exprimer cette proportion avec un pourcentage.

On appelle ce pourcentage le taux global des réductions

Ex 3 : Le prix d'un article augmente de 25%. Dans quelle proportion doit diminuer ce nouveau prix pour revenir au prix initial ?

Exprimer cette proportion en pourcentage.

On dit familièrement qu'on a calculé le pourcentage de diminution pour revenir au prix initial.

Ex 4 : Monsieur Fumi constate que ses impôts locaux sont passés de 500 euros à 565 euros entre 2020 et 2021.

Combien devrait payer une personne qui payait 200 € avant augmentation ? ...

a) Si l'augmentation est la même pour tous

b) Si l'augmentation est proportionnelle aux impôts avant augmentation ?

Dans ce cas, exprimer la proportion représentée par l'augmentation par rapport à l'impôt initial. Exprimer cette proportion sous forme de pourcentage.

On appelle cette proportion le taux d'évolution (des impôts entre 2020 et 2021)

Ex 5 : Le taux de TVA sur le prix Hors Taxe de certains articles est passé de 20% à 10%. Peut-on affirmer que les prix de ces articles ont baissé de 10%?

V – Problèmes de proportions

Pb1 : Une boisson A contient 10 % de jus d'orange et une boisson B contient 5 % de jus d'orange. Cela signifie par exemple que dans la boisson A, la proportion du volume de jus d'orange par rapport au volume total est de 10% ou 0,1.

1. Pierre a acheté une bouteille de 0,5 L de boisson A et une bouteille de 1,25 L de boisson B. Quelle est la bouteille qui contient la plus grande quantité de jus d'orange ? Justifier.

2. On mélange 20 cL de boisson A avec 30 cL de boisson B. Calculer la proportion de jus d'orange dans le mélange obtenu. Exprimer cette proportion sous forme de pourcentage.
3. On souhaite remplir un verre de 40 cL de contenance, d'un mélange des deux boissons A et B contenant exactement (une proportion de) 8 % de jus d'orange (par rapport au volume total). Quels volumes des boissons A et B faut-il verser dans ce verre pour obtenir le mélange souhaité ?

Pb2 : Pour ses frais pharmaceutiques, un malade est remboursé à 75 % par la Sécurité sociale (ie dans une proportion de 0,75 par rapport aux frais pharmaceutiques). Sa mutuelle lui rembourse 80 % de ce qui reste.

- a - Si les frais pharmaceutiques de ce malade s'élèvent à 274,60 €, quelle est la somme restant à sa charge ?
b - A sa dernière visite, les frais restant à sa charge étaient de 41,19 €. Quels étaient les frais pharmaceutiques correspondant à cette visite ?

VI - Exercices de proportionnalité entre des longueurs et des longueurs ... et donc avec des échelles

1. La distance entre deux clochers est de 9,25 km. Quelle est la distance entre ces deux clochers sur un plan au 1/25 000

Une échelle au 1/25000 signifie que les longueurs sur la carte sont proportionnelles aux longueurs réelles, et que 1 cm représente 25 000 cm.

2. Sur une carte de Reims au 1/12 500 la distance entre la Cathédrale et la Basilique Saint Rémi est de 11 cm. Quelle est la distance réelle entre ces deux églises ? 1,375 km
3. Sur une vieille carte l'échelle n'apparaît plus, mais je reconnais deux carrefours distants de 1,750 km. Sur la carte ces carrefours sont à 50 mm l'un de l'autre. Quelle est l'échelle de cette carte ?

VII-d'autres types de problèmes- d'autres types de proportionnalité

Ex 1 : Une équipe de 12 ouvriers met 30 jours pour achever un chantier.

Combien de temps mettrait une équipe de 15 ouvriers pour achever le même chantier ?

Ex 2 : Une entreprise partage une somme de 9 000 € proportionnellement à l'ancienneté de ses employés. Sachant que Pauline a 15 ans d'ancienneté, Benjamin 12 ans et Mariette 11 ans, déterminer la somme que recevra chacun.

On dit qu'on a partagé la somme entre les trois employés dans le ratio 15:12:11.

Ex 2bis: Soit un triangle dont les côtés mesurent respectivement 4 ; 3,5 et 2,5. Déterminer les côtés d'un triangle de périmètre 24 et semblable au premier.

Ex 3 : Trois enfants, Albert, Bernard et Charles jouent une partie de billes. Avant la partie, ils possèdent respectivement a billes, b billes, c billes. Les nombres a, b et c sont au ratio 3:4:5.

1. Quelle est la fraction du nombre total de billes que chaque enfant possède ?

2. Après la partie, les nombres de billes des enfants sont au ratio 15:16:17.

1. -Quelle est la fraction du nombre total de billes que chaque enfant possède alors?

2. -L'un des enfants a gagné 9 billes. Qui est-ce?

3. -Quel est le nombre total de billes?

Ex 4 : 6 vaches produisent 4 000 L de lait en 30 jours. En combien de jours 18 vaches produiront-elles 72 000 L de lait ?

Ex 5 : Des études statistiques montrent qu'en moyenne trois poules pondent trois œufs en trois jours. Combien d'œufs pondent six poules en six jours ?