

TD13 : ARITHMETIQUE

Partie 1 : MISE EN BOUCHE

Exercice 1:

- Dresser la liste des diviseurs de 180 ; de 140.
- Donner la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants : 257 ; 34 650 ; 6 650 ; 18 135

Exercice 2 :

- Comment répartir 48 feuilles en paquets sachant que chaque paquet doit avoir le même nombre de feuilles. Donner toutes les solutions.
- Même question avec 73 feuilles.

Exercice 3:

Deux puces se déplacent sur une piste numérotée de 1 en 1 à partir de 0 en faisant des sauts réguliers. - La première part de la case 0 et fait des sauts de 8. La deuxième part de la case 0 et fait des sauts de 6.
Quelle est la case la plus proche du départ sur laquelle les deux puces passent ?

Exercice 4:

- Pour le 1^{er} mai, Marie dispose de 24 brins de muguet et 6 roses. Elle veut faire des bouquets identiques en utilisant toutes ses fleurs. Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ? Quelle sera la composition de chaque bouquet ? Donner toutes les solutions.
- Même question pour 182 brins de muguet et 78 roses
- Elle dispose de 252 brins de muguet et 48 roses. Elle veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes ses fleurs. Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ainsi ? Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

Exercice 5:

Deux robots se déplacent sur une piste numérotée de 1 en 1 à partir de 0 en faisant des sauts réguliers. Le premier part de la case 0 et fait des sauts de 60. Le second part de la case 0 et fait des sauts de 42.
Quelle est la case la plus proche du départ sur laquelle les deux robots passent ?

Partie 2 : VRAI ou FAUX

Exercice 6:

- Le nombre 60 a exactement 10 diviseurs.
- Le nombre 1 400 a exactement 12 diviseurs positifs.
- La somme de deux nombres premiers est toujours un nombre premier.
- 117 est un nombre premier.
- Il existe au moins un nombre entier pair supérieur à 7, divisible par 3 mais divisible ni par 9 ni par 4.
- Le carré d'un nombre entier positif premier admet exactement trois diviseurs positifs.
- Un multiple de 45 est nécessairement un multiple de 9.

Exercice 7:

- Affirmation 1 :** Si un nombre est multiple de 3, alors il est multiple de 9.
Affirmation 2 : Si un nombre divisible par 4, alors il est divisible par 2.
Affirmation 3 : Tout nombre divisible par 12 est divisible par 24.
Affirmation 4 : Tout entier multiple de 2 et 6 est multiple de 12.
Affirmation 5 : Tout entier divisible par 3 et 4 est divisible par 12.
Affirmation 6 : Si un nombre entier est multiple de 6 et de 8, alors il est aussi multiple de 48.
Affirmation 7 : La somme de deux nombres impairs est un nombre pair.
Affirmation 8 : Le produit de deux nombres pairs consécutifs est divisible par 8.
Affirmation 9 : Le produit de deux nombres impairs consécutifs est divisible par 3.
Affirmation 10 : La somme des carrés de deux nombres entiers impairs est un nombre entier pair.
Affirmation 11 : On peut trouver un entier qui ne s'écrit qu'avec des chiffres 9 et qui est multiple de 81.
Affirmation 12 : La somme de cinq nombres entiers consécutifs est un multiple de 3.
Affirmation 13 : La somme de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 5.

Partie 3 : AU CRPE

Exercice 8: 2015

A et B sont deux nombres entiers positifs tels que :

- 111 est un multiple du nombre entier positif A ;
- $A - B$ est un nombre entier positif ou nul divisible par 10 ;
- B est le cube d'un nombre entier.

Trouver toutes les valeurs possibles pour A et B.

Exercice 9: 2008

1. Dans cette question, aucune division n'est à poser. Les réponses doivent être justifiées.

a) Sachant que $57\,148\,468 = 3\,361\,674 \times 17 + 10$, donner le quotient et le reste de la division euclidienne de 57 148 468 par 17.

b) Sachant que $84\,279\,733 = 4\,957\,630 \times 17 + 23$, donner le quotient et le reste de la division euclidienne de 84 279 733 par 17.

c) En déduire le quotient et le reste de la division euclidienne de $57\,148\,468 + 84\,279\,733$ par 17, puis le quotient et le reste de la division euclidienne de $57\,148\,468 \times 2$ par 17

2. Dans la division euclidienne d'un nombre a par 17, on note q le quotient et r le reste.

Dans la division euclidienne d'un nombre a' par 17, on note q' le quotient et r' le reste.

Déterminer, en justifiant votre réponse, le quotient et le reste :

- a) dans la division euclidienne de $a + a'$ par 17 ;
- b) dans la division euclidienne de $2a$ par 17.

Exercice 10: 2007

1. Donner les restes des divisions par 6 et par 3 de chacune des trois sommes suivantes :

$$5 + 7 + 9 \quad 15 + 17 + 19 \quad 1527 + 1529 + 1531$$

2. Plus généralement :

- a) Donner le reste de la division par 6 de la somme de trois nombres impairs consécutifs.
- b) Donner le reste de la division par 3 de la somme de trois nombres impairs consécutifs.

3. Trouver trois nombres impairs consécutifs dont la somme est 12 027.

4. On cherche un nombre p tel que la somme de p nombres impairs consécutifs soit toujours un multiple de 5. Déterminer la plus petite valeur possible de p .

Exercice 11: 2005

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

On se propose d'affecter à chaque mot un poids calculé à partir du tableau ci-dessus en multipliant les valeurs affectées à chaque lettre : ainsi le mot BANANE a-t-il un poids égal à $2 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 5 = 10$, tandis que le mot ORANGE a un poids égal à $2 \times 5 \times 1 \times 1 \times 7 \times 5 = 350$.

Dans la suite de l'exercice, on entend par « mot » tout mot de la langue française (noms propres exclus) : adjectifs, pronoms, noms au singulier ou au pluriel, verbes conjugués ou non...

- 1) Trouver un mot dont le poids est 18.
- 2) Trouver un mot de trois lettres dont le poids est supérieur à 500.
- 3) Peut-on trouver un mot dont le poids est 48 ? (Si oui, proposez-en un, si non expliquez pourquoi)
- 4) Peut-on trouver un mot dont le poids est 47 ? (Si oui, proposez-en un, si non expliquez pourquoi)
- 5) Peut-on trouver un mot dont le poids est 46 ? (Si oui, proposez-en un, si non expliquez pourquoi)

Exercice 12: 2000

Le service des espaces verts veut border un espace rectangulaire de 924 m de long sur 728 m de large à l'aide d'arbustes régulièrement espacés. Un arbuste sera placé à chaque angle du terrain. La distance entre deux arbustes doit être un nombre entier de mètres.

- 1) Déterminer toutes les valeurs possibles de la distance entre deux arbustes.
- 2) Déterminer, dans chaque cas, le nombre d'arbustes nécessaires à la plantation.

