

I) Vocabulaire

1) Expérience aléatoire

Définitions :

- Une expérience est dite **aléatoire** lorsque l'on connaît l'ensemble des résultats possibles mais que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat se produira. Ce résultat dépend du **hasard**.
- Chaque résultat possible s'appelle une **issue**.
- L'ensemble des issues possibles s'appelle l'**univers** (noté Ω)

Exemples :

- On lance une pièce de monnaie et on regarde la face supérieure
C'est une expérience aléatoire à deux issues : « obtenir Pile » et « obtenir Face »
- On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.
C'est une expérience aléatoire à six issues : « obtenir 1 », « obtenir 2 », etc...
- La note que vous allez obtenir à votre prochaine évaluation n'est pas une expérience aléatoire !



2) Évènement

Définitions :

- Un **événement** est constitué d'une ou de plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.
- Un événement constitué par une seule issue est un **événement élémentaire**.
- L'**événement contraire** de l'événement A, noté $\bar{A}$ (se lit « A barre ») est l'ensemble des issues n'appartenant pas à A.
- Deux événements A et B sont dits **incompatibles** lorsqu'ils n'ont aucune issue en commun.

Exemples :

On lance un dé à six faces.

- « Obtenir un chiffre pair » est l'événement constitué des issues 2 ; 4 et 6.
- « Obtenir un chiffre inférieur ou égal à 2 » est l'événement constitué des issues 1 et 2.
- L'évènement contraire à l'évènement « obtenir un chiffre inférieur ou égal à 2 » est l'évènement constitué des issues 3 ; 4 ; 5 et 6.
- Les événements « obtenir 3 » et « obtenir un nombre pair » sont incompatibles.

II) Notion de probabilité

1) A partir de la fréquence

Simulateur lancers de dés : <https://mathsciences.ac-versailles.fr/spip.php?article552>

Lorsque l'on réalise un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition d'un événement tend à se stabiliser autour d'un nombre. Ce nombre est la **probabilité** de cet événement.

On note $p(A)$ la probabilité de l'événement A.

Dire que la probabilité d'un événement est de $\frac{8}{10} = 0,8$ signifie que cet événement a 8 chances sur 10 ou 80 % de chance de se produire.

2) Propriétés

Propriétés et vocabulaire :

- La probabilité d'un événement est un nombre sans unité, toujours compris entre 0 et 1.
- Un événement dont la probabilité vaut 0 est appelé **événement impossible**.
- Un événement dont la probabilité vaut 1 est appelé **événement certain**.
- La probabilité d'un événement est égale à la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent.

Exemple : On lance un dé à 6 faces.

Soit A l'événement « obtenir un nombre impair ». Cet événement est composé des événements élémentaires B : « Obtenir 1 » ; C : « Obtenir 3 » et D : « Obtenir 5 »

On a donc : $p(A) = p(B) + p(C) + p(D)$

Propriété : Soit A un événement et $\bar{A}$ son événement contraire. On a : $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

3) Equiprobabilité

Définition : Lorsque chaque issue d'une expérience aléatoire a autant de chance de se produire (même probabilité), on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

Exemples de situation d'équiprobabilité :

- On lance une pièce **équilibrée**
- On jette un dé **non pipé**
- Les jetons ou les boules sont **indiscernables au toucher**

Propriété : Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement A est donnée par la formule :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre d'issues favorables à A}}{\text{Nombre d'issues total}}$$

Exemple : On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

On considère les événements : A : « Tirer l'As de cœur »

T : « Tirer un trèfle »

$$p(A) = \frac{1}{32} \quad p(T) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \quad p(\bar{T}) = 1 - p(T) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

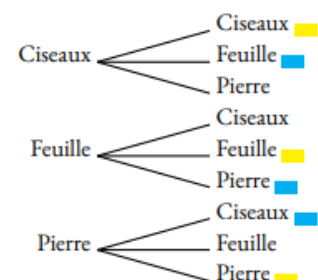
Remarque : L'événement $\bar{T}$ est l'événement contraire de l'événement T, c'est-à-dire « ne pas tirer un trèfle », qui correspond à l'événement « obtenir un pique, un carreau ou un cœur ».

III) Représentation en arbre ou en tableau

Exemple : Deux joueurs jouent à chifoumi (pierre-feuille-ciseaux). On considère que chaque joueur joue au hasard sans mettre en place de stratégie (situation d'équiprobabilité).

On peut représenter la situation par un tableau à double entrée ou par un arbre.

Chifoumi		Premier Joueur		
		Pierre	Feuille	Ciseaux
Second Joueur	Pierre	Pierre-Pierre	Feuille-Pierre	Ciseaux-Pierre
	Feuille	Pierre-Feuille	Feuille-Feuille	Ciseaux-Feuille
	Ciseaux	Pierre-Ciseaux	Feuille-Ciseaux	Ciseaux-Ciseaux



Il y a 9 combinaisons possibles. On note A l'événement « le joueur 1 gagne ».

$$p(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Remarque : L'événement contraire de l'événement A n'est pas « le joueur B gagne » mais est « le joueur A ne gagne pas » donc soit le joueur B gagne, soit ils sont ex-aequo.