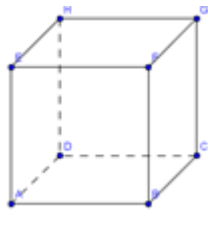
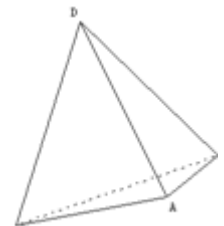
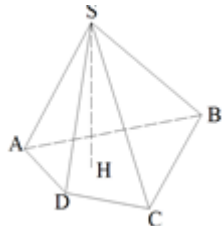
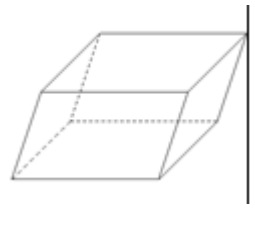
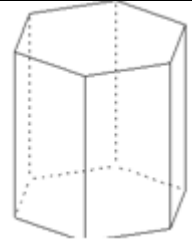


A. Polyèdres et autres solides

I. Exemples de quelques solides usuels

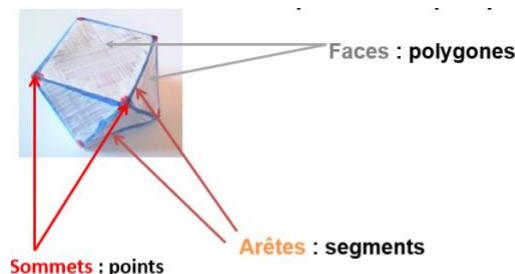
			
cube	tétraèdre	pyramide	Parallélépipède
			
Prisme	cylindre	Cône	Boule

II. Les polyèdres

Définitions : Un **polyèdre** est un solide délimité par des faces qui sont toutes des polygones.

Un **polygone** est une surface plane délimitée par une ligne brisée fermée, c'est à dire qu'on peut le construire à la règle.

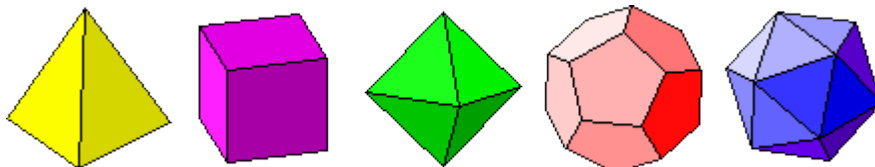
Dans un polyèdre, l'intersection de deux faces est une **arête** et l'intersection de deux arêtes est un **sommet**.



Une relation vérifiée par tous les polyèdres : $F + S = A + 2$ (formule d'Euler)
où F : nombre de faces ; S : nombre de sommets ; A : nombre d'arêtes.

Parmi les polyèdres qui nous sont familiers citons :

- Le cube : toutes ses faces sont des carrés, le carré est bien un polygone donc le cube est un polyèdre.
- Le pavé droit ou parallélépipède rectangle : toutes ses faces sont des rectangles (rq :les carrés sont des rectangles particuliers)
- Le tétraèdre : toutes ses quatre faces sont des triangles.
- Le prisme droit : deux de ses faces sont des polygones **convexes** superposables situés dans des plans parallèles appelées bases et les autres faces sont des rectangles.
- La pyramide : une des faces (la base) est un polygone **convexe** et toutes les autres faces sont des triangles qui ont un sommet commun. Les trois célèbres pyramides d'Egypte sont à base carrée.
- Solides de Platon : polyèdres réguliers c'est à dire **convexe**, inscriptible dans une sphère et ses faces sont des polygones isométriques réguliers.



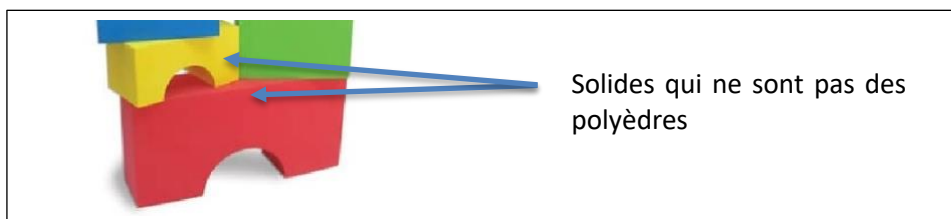
(Extrait de www.amicollège)

http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/textes/platon.htm

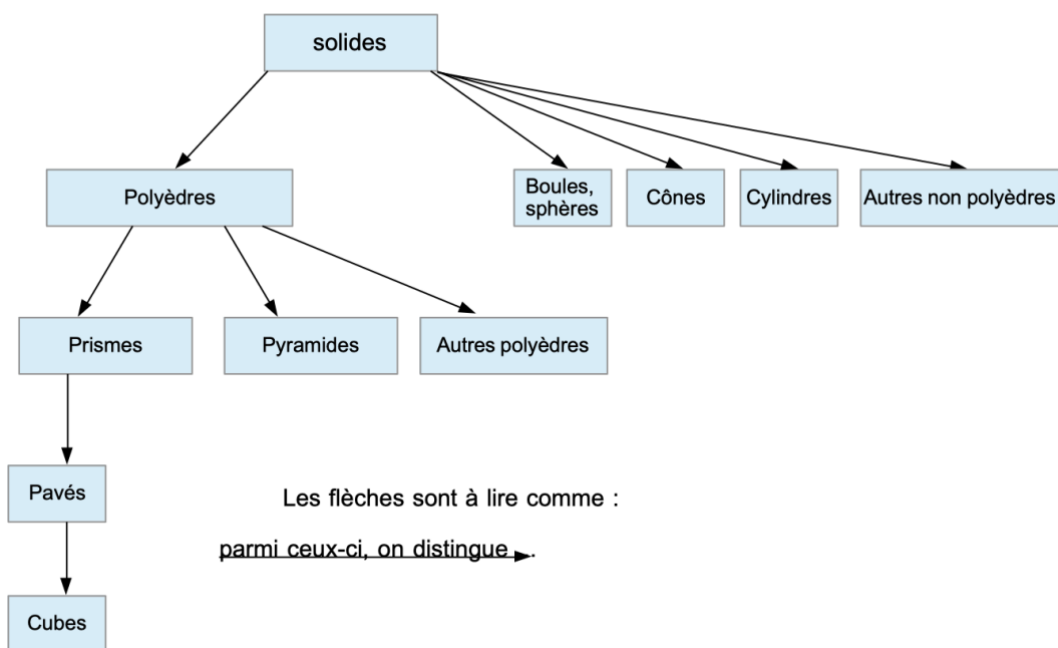
III. Autres solides

Il est clair que tous les solides ne sont pas des polyèdres. En voici quelques exemples :

- Le cylindre de révolution : a deux bases qui sont des disques superposables.
- Le cône de révolution : a une base qui est un disque.
- La boule de centre O et de rayon R : est l'ensemble des points de l'espace dont la distance au point O est inférieure ou égale à R . Remarquons que la sphère de centre O et de rayon R est l'ensemble des points dont la distance au point O est exactement égale à R .



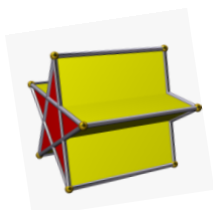
Classement mathématique des solides :



B. Quelques définitions et propriétés

Définition : Les polyèdres peuvent être **convexes** ou non.

Un polyèdre est dit convexe s'il n'est pas « creux » ; c'est à dire qu'il se situe d'un même côté de tous les plans supports de ses faces ou encore quelle que soit la façon dont on le pose sur une surface plane, il repose sur une face entière.



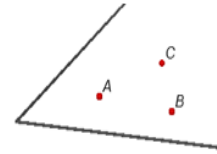
: Exemple de polyèdre non convexe

Propriétés :

Droite : Deux points distincts déterminent une unique **droite** de l'espace

Plan :

- Trois points distincts non alignés déterminent un **plan** unique.
- Deux droites sécantes déterminent un plan unique.



Toute arête d'un polyèdre est portée par une droite et toute face est contenue dans un plan.

C. Les différentes représentations

Il existe plusieurs façons de représenter les objets de l'espace : celles qui conservent les trois dimensions (la maquette, l'hologramme) et les représentations planes ou en 2D. Parmi les représentations planes, on distingue les perspectives centrales, cavalières, les vues, les patrons.....

Une représentation en 3D donne tous les éléments constitutifs de l'objet.

Ce n'est plus le cas de la représentation plane qui fournit une vision parcellaire : une représentation plane entraîne une perte d'informations que seule la connaissance de l'objet réel permet de combler.

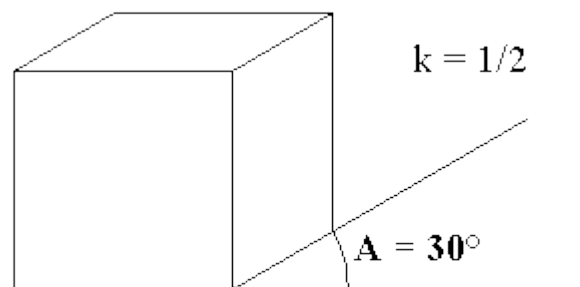
1. La représentation en perspective :

Il s'agit d'une projection parallèle à une direction donnée sur un plan parallèle à l'un des plans principaux de l'objet.

Pour réaliser une représentation en perspective

cavalière d'un solide S , on commence par se donner :

- **Un plan P** (Le plan de la feuille, muni d'un axe horizontal orienté de gauche à droite .
- **Une échelle X** , c'est-à-dire un rapport de longueur (par exemple $1/2$, $1/10$).
- **Une direction de fuite**, axe orienté formant un angle A quelconque avec l'horizontale, appelé **angle de fuite** (souvent 30° ou 45°).
- **Un rapport de fuite k , compris entre 0 et 1.**



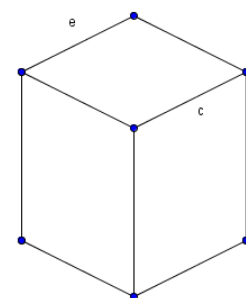
Représentation d'un cube en perspective cavalière

On considère alors le solide imaginaire S' représentant S à l'échelle X .

On dit alors qu'on a réalisé une perspective cavalière de S d'angle A , de rapport k , à l'échelle X .

- Dans cette projection, les éléments situés dans des plans parallèles au plan de projection sont conservés,
- les droites perpendiculaires au plan de projection sont représentées par des droites parallèles entre elles et appelées fuyantes (on choisit généralement un angle de 45° ou 30°),
- les longueurs dans cette direction souvent multipliée par un coefficient de réduction (0,5 en général).
- La projection parallèle conserve le parallélisme, le rapport de longueurs.
- Les éléments qui ne sont pas situés dans un plan parallèle à celui de la projection ne sont pas conservés (angles, distance).
- L'alignement est conservé : des objets alignés dans l'espace réel, le sont sur la représentation. La réciproque est fausse.

Cube projeté sur un plan non parallèle à l'une des faces



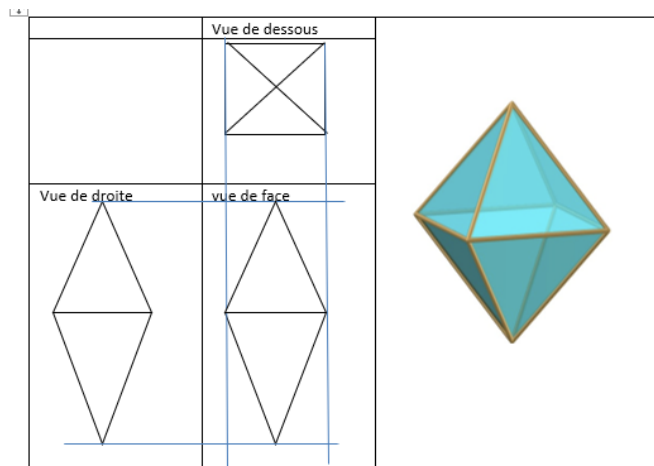
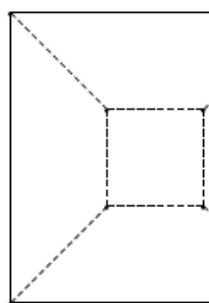
Remarque : on admet que c'est vers l'âge de 9 ans qu'apparaissent les premières représentations en perspective cavalière mais que c'est vers 12 ans que l'ensemble du dessin prend sens.

2. La perspective centrale :

On se donne un plan P et un point O extérieur à P. La projection d'un point M est l'intersection de la droite (OM) et du plan P. Sont conservés le rapport de longueur et la forme des éléments situés dans un plan parallèle au plan de projection. La photo est une perspective centrale.

3. La projection

orthogonale (appelée vue dans les programmes du primaire) : On projette orthogonalement sur un plan parallèle à une face. En choisissant le plan sur lequel on projette, on obtient différentes vues. Le plan est une vue du dessus.



4. Patron : Un patron est une surface plane où toutes les faces du solide sont représentées juxtaposées et permettant après découpage du contour et pliage, de reconstituer le solide sans chevauchement des faces.

- Des faces non adjacentes sur le solide ne peuvent l'être sur le patron.
- Des faces adjacentes sur le solide peuvent l'être ou non sur le patron.
- Des arêtes peuvent être représentées plusieurs fois sur le patron, un sommet par plusieurs points.

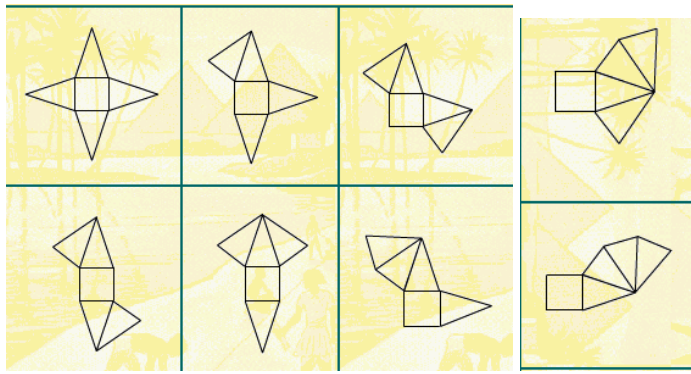
Un polyèdre	Un patron du polyèdre
Ce polyèdre est composé 7 faces, 5 sont des rectangles et deux sont des pentagones. Ce polyèdre est un prisme	

Les onze patrons du cube :

http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/textes/cube_patrons.htm

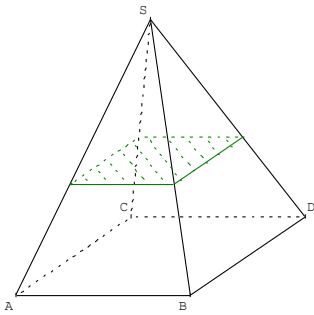
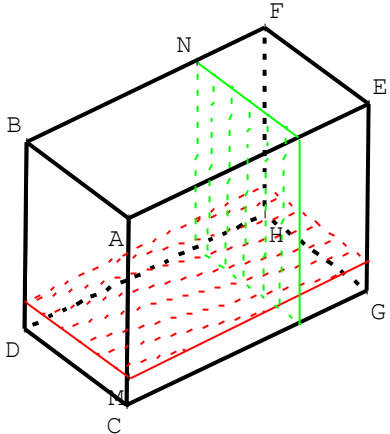
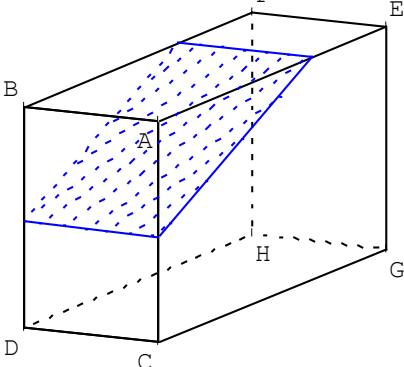
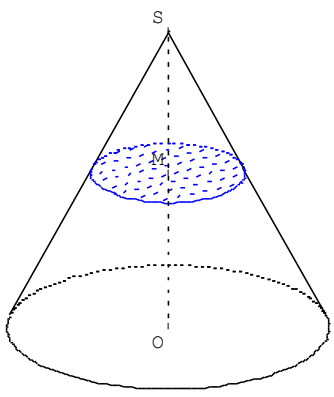
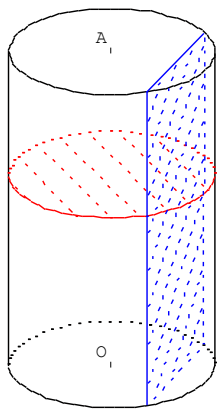
Exemple de patrons d'une pyramide à base carrée

http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/textes/pyramide.htm



D. La section d'un solide par rapport à un plan

On appelle section plane d'un solide S par un plan (P) l'ensemble des points d'intersection du solide S et du plan (P) . L'une des questions est de déterminer la nature de la figure obtenue en « coupant » le solide par un plan particulier.

		
La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone de même nature que la base	La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un rectangle de même dimension que cette face.	La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle. Sur la figure ci-contre, Le plan est parallèle à l'arête [BA] et passe par un point de l'arête [AE].
		
La section d'un cône par un plan parallèle à la base est un cercle.	La section d'un cylindre par un plan parallèle à la base est un cercle de même rayon que la base (en rouge sur la figure).	

La section d'un cône par un plan passant par l'axe (SO) du cône est un triangle isocèle de sommet principal S du cône et dont la base a pour longueur le diamètre du disque de base du cône

La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe du cylindre est un rectangle (en bleu sur la figure).