

1. Définition d'une grandeur.
2. Enseigner les grandeurs à l'école
3. Comparaison de grandeur: une progression à connaître
4. Les unités de mesures des grandeurs



PREMIERE OBSERVATION

À propos d'un même objet, plusieurs grandeurs peuvent être envisagées.

Nécessité d'apprendre aux élèves:

- à distinguer les différentes grandeurs d'un même objet.
- À distinguer les notions en jeu: objet/grandeurs/mesures





Origines des confusions possibles

Aborder la notion de « grandeur » à partir du langage ordinaire recèle quelques **ambiguïtés** :

Exemple 1 : « Ce récipient est plus grand que cet autre. »



S'agit-il :

de sa hauteur ?

de sa plus grande dimension horizontale ?

de son volume intérieur ?

de son volume extérieur ?...





Origines des confusions possibles



Exemple 2 : « La planète Saturne est grosse comme 95 Terre »



S'agit-il :

de volumes ?

de diamètres ?

de masses ?...





SECONDE OBSERVATION

Il sera nécessaire d'utiliser, un vocabulaire adapté à la grandeur étudiée pour éviter toute confusion.

Exemple : Vous travaillez sur les longueurs.

Si un élève dit : « Le crayon bleu est plus grand que le crayon rouge. »

Reformulez : « Tu veux dire que le crayon bleu est plus long que le crayon rouge. »



Plusieurs mots pour une même grandeur

- Largeur, épaisseur, profondeur, hauteur, périmètre, rayon, diamètre, distance...

tous ces mots désignent une seule et même grandeur :
UNE LONGUEUR

- Superficie, surface pour **UNE AIRE**



Qu'entend t-on par grandeur?



Les **grandeurs** existent indépendamment des nombres ; elles s'associent aux nombres par l'intermédiaire de la notion de **mesure**.

Les grandeurs sont proches des perceptions et manipulations quotidiennes.

Pour chaque objet:

- ✓ regard guidé par un critère, **un qualificatif** commun à ces objets : grand, petit, rouge....
- ✓ **le qualificatif** se réfère à une grandeur s'il est susceptible de varier (comparaison)
- ✓ La grandeur n'est pas un nombre , mais peut donner lieu à des relations numériques.





2- Définition d'une grandeur

Une grandeur peut être considérée comme « tout caractère d'un objet (ou d'une personne, d'un phénomène...) susceptible de varier chez cet objet ou de varier d'un objet à l'autre. »

(Publication mots, tome VI, Grandeur Mesure, APMEP, 1982)

Une grandeur est une qualité commune à certaines catégories d'objets :

- la longueur pour les lignes ;
- l'aire pour la surface ;
- l'angle formé par deux demi-droites dans le plan ;
- le volume pour les solides ;
- la masse pour les objets matériels ;
- la durée pour les événements
- etc....



Ainsi, on peut étudier :

- Des grandeurs différentes pour un même objet: une baguette en bois on peut étudier sa longueur, sa masse, son volume, l'aire de sa surface latérale...
- Et une même grandeur pour des objets différents.





Une grandeur est dite mesurable si l'on peut définir :

- une relation d'équivalence « a même grandeur que » entre deux objets d'un ensemble ;
- une relation d'ordre total, c'est à dire que l'on peut comparer entre eux tous les objets possédant cette grandeur (« aussi que », « plus que », « moins..... que ») ;
- une opération interne additive de cette grandeur entre plusieurs objets ;
- une opération externe multiplicative, c'est à dire le produit de cette grandeur par un nombre.



Exemple : la longueur

La longueur est une grandeur mesurable.

Si on considère un ensemble de pailles.



- 1) Deux pailles ont la même longueur s'il est possible de faire coïncider leurs deux extrémités.
On peut mettre ensemble les pailles de même longueur (classe d'équivalence).
- 2) On peut comparer la longueur de deux pailles en les mettant les unes à côté des autres. L'une est plus longue que l'autre / l'autre est moins longue que l'une.
- 3) Deux pailles mises bout à bout auront une longueur qui sera égale à la somme des longueurs de chacune d'elles.
- 4) Une paille peut avoir une longueur trois fois plus grande qu'une autre.



Les différentes grandeurs



- Longueur
- Aire
- Volume ou capacité
- Masse (ne pas confondre avec poids !)
- Durée
- Angle
- *Quantité*

- Température
- L'heure (13h15)
- Date (01 décembre 2021)

Grandeurs repérables

Le prix



Grandeurs mesurables



Des grandeurs composées

L'**aire** d'un solide est le produit d'une longueur par une longueur.
(Grandeur produit)

Le **volume** d'un solide est le produit d'une aire par une longueur.
(Grandeur produit)

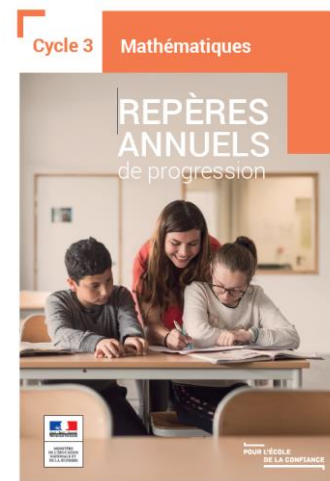
La **vitesse** est le rapport d'une longueur par une durée. (Grandeur quotient). $V = d/t$

La **masse volumique** est le rapport d'une masse par un volume.
(Grandeur quotient)

Le **débit** est le rapport d'un volume par une durée. (Grandeur quotient)

3- Enseigner les grandeurs à l'école

Progression dans les programmes





GRANDEURS ET MESURES

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

Les élèves travaillent sur des grandeurs diverses en commençant par les comparer (plus long que, plus léger que, aussi cher que, plus tard que...) pour appréhender le concept avant d'adopter les conventions usuelles. Ils apprennent ensuite à effectuer des mesures au moyen d'instruments adéquats en s'appropriant peu à peu les unités usuelles. Les différentes unités sont introduites et mises en relation progressivement au cours du cycle.

Les opérations sur les grandeurs sont menées en lien avec l'avancée des opérations sur les nombres, de la connaissance des unités et des relations entre elles.

CP	la longueur CE1	CE2
Les élèves comparent des objets, des segments selon leur longueur, d'abord en les estimant. Ils donnent du sens aux expressions « plus long que », « plus court que », « aussi long que », « moins long que », et aussi « double » et « moitié ». Ils mesurent des segments en utilisant des unités de référence puis en utilisant la règle graduée pour des mesures en centimètres entiers. Ils appréhendent le mètre (100 cm) à travers par exemple la règle du professeur.	Les élèves consolident les comparaisons, les estimations et les mesures de longueur en cm. Puis le travail se poursuit en utilisant les unités m, dm et km. Ces unités sont mises en relation. Les élèves continuent à comparer des objets, des segments selon leur longueur en utilisant les unités cm, m, dm et km. Ils mettent ces unités en relation cm, dm, m et m, km.	Les élèves consolident les comparaisons, les estimations et les mesures de longueur en cm, m, dm et km. Le travail se poursuit en utilisant le mm. Les élèves mettent ces unités en relation : m, dm, cm et mm.
la masse		
Les élèves comparent des objets selon leur masse, en les soupesant puis en utilisant la balance à plateaux, type Roberval, sans que des unités de mesure soient nécessairement introduites. Ils donnent du sens aux expressions : « Plus lourd que, plus léger... ».	Les élèves consolident les comparaisons d'objets selon leur masse. Ils mesurent des masses exprimées en g et kg. Ils mettent en relations ces unités.	Les élèves consolident les mesures de masses d'objets (g et kg). Ils utilisent l'unité tonne (t). Ils mettent en relations ces unités (g, kg et kg, t).
la contenance		
	Les élèves comparent des objets selon leur contenance, en les observant et en les manipulant. Ils mesurent la contenance d'objets usuels. Ils découvrent que le litre (L) est une unité de contenance.	Les élèves comparent des objets selon leur contenance en utilisant le L. Ils utilisent le cL, dL et le L et connaissent leurs relations.

MATHÉMATIQUES > Repères annuels de progression pour le cycle 2

GRANDEURS ET MESURE (suite)

la durée

Les élèves apprennent à lire une date sur un calendrier et à se repérer dans celui-ci. Ils repèrent les jours et les semaines puis les mois ; ils mettent en relation jour et semaine.

En lien avec le domaine « questionner le monde », ils apprennent à lire l'heure sur une horloge à aiguilles en heures entières.

Les élèves lisent les heures entières.

Ils lisent aussi les demi-heures sur une horloge à aiguilles. Ils utilisent les unités de durée h et min et les mettent en relation.

Ils mettent en relations les unités j et h.

Les élèves consolident la lecture de l'heure sur une horloge à aiguilles (heure entière et demi-heure).

Ils lisent et donnent l'heure (par exemple : « quatre heures moins vingt » ou « 15 h 40 » ; « sept heures et quart » ou « 7 h 15 »).

De plus, ils utilisent les unités année, siècle, millénaire et connaissent leurs relations ainsi que les unités min et s et leurs relations.

le prix

Après un travail préalable sur la construction de la grandeur prix et la notion de valeur, les élèves utilisent l'euro, en manipulant du matériel pièces/billets (pièces de 1 et 2 euros, puis billets de 5 et 10, 20, 50 et 100 euros...).

Les élèves utilisent l'euro et les centimes d'euros dans des situations qui se complexifient progressivement (exemple : rendre la monnaie sur 2 € pour l'achat d'un produit qui coûte 1 € 50 c puis 75 c) ; ils résolvent des problèmes impliquant ces données.

Dans les programmes – Cycle 3 :

MATHÉMATIQUES > Repères annuels de progression pour le cycle 3

GRANDEURS ET MESURES

L'étude d'une grandeur nécessite des activités ayant pour but de définir la grandeur (comparaison directe ou indirecte, ou recours à la mesure), d'explorer les unités du système international d'unités correspondant, de faire usage des instruments de mesure de cette grandeur, de calculer des mesures avec ou sans formule. Toutefois, selon la grandeur ou selon la fréquentation de celle-ci au cours du cycle précédent, les comparaisons directes ou indirectes de grandeurs (longueur, masse et durée) ne seront pas reprises systématiquement. Tout au long du cycle et en relation avec l'apprentissage des nombres décimaux, les élèves font le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (par exemple : dixième $\rightarrow$ dm, dg, dL ; centième $\rightarrow$ cm, cg, cL, centimes d'euros).

Les longueurs

Les élèves comparent des périmètres sans avoir recours à la mesure, mesurent des périmètres par report d'unités et de fractions d'unités ou par report des longueurs des côtés sur un segment de droite avec le compas ; ils calculent le périmètre d'un polygone en ajoutant les longueurs de ses côtés (avec des entiers et fractions puis avec des décimaux à deux décimales).

Ils établissent les formules du périmètre du carré et du rectangle. Ils les utilisent tout en continuant à calculer des périmètres de polygones variés en ajoutant les longueurs de leurs côtés.

Selon l'avancement du thème « nombres et calcul », les élèves réinvestissent leurs acquis de CM pour calculer des périmètres simples ou complexes. Ils apprennent la formule de la longueur d'un cercle et l'utilisent après consolidation du produit d'un entier par un décimal, dans un premier temps, puis du produit de deux décimaux.

Les durées

Tout au long de l'année, les élèves consolident la lecture de l'heure et l'utilisation des unités de mesure des durées et de leurs relations ; des conversions peuvent être nécessaires (siècle/années ; semaine/jours ; heure/minutes ; minute/secondes).

Ils les réinvestissent dans la résolution de problèmes de deux types : calcul d'une durée connaissant deux instants et calcul d'un instant connaissant un instant et une durée.

Tout au long de l'année, les élèves poursuivent le travail d'appropriation des relations entre les unités de mesure des durées.

Des conversions nécessitant l'interprétation d'un reste peuvent être demandées (transformer des heures en jours, avec un reste en heures ou des secondes en minutes, avec un reste en secondes).

Selon les situations, les élèves utilisent leurs acquis de CM sur les durées.

Des conversions nécessitant deux étapes de traitement peuvent être demandées (transformer des heures en semaines, jours et heures ; transformer des secondes en heures, minutes et secondes).

GRANDEURS ET MESURES (suite)

Les aires

Les élèves comparent des surfaces selon leur aire par estimation visuelle, par superposition ou découpage et recollement. Ils estiment des aires, ou les déterminent, en faisant appel à une aire de référence.

Le lien est fait chaque fois que possible avec le travail sur les fractions.

L'utilisation d'une unité de référence est systématique. Cette unité peut être une maille d'un réseau quadrillé adapté, le cm^2 , le dm^2 ou le m^2 .

Les élèves apprennent à utiliser les formules d'aire du carré, du rectangle et du triangle rectangle.

En relation avec le travail sur la quatrième décimale, les élèves utilisent les multiples et sous-multiples du m^2 et les relations qui les lient. Ils utilisent la formule pour calculer l'aire d'un triangle quelconque lorsque les données sont exprimées avec des nombres entiers.

Après avoir consolidé le produit de décimaux, ils utilisent les formules pour calculer l'aire d'un triangle quelconque et celle d'un disque.

Les contenances et les volumes

Les élèves comparent des contenances sans les mesurer, puis en les mesurant. Ils découvrent et apprennent qu'un litre est la contenance d'un cube de 10 cm d'arête. Ils font des analogies avec les autres unités de mesure à l'appui des préfixes.

Ils poursuivent ce travail en utilisant de nouvelles unités de contenance : dL, cL et mL.

Ils relient les unités de volume et de contenance ($1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$; $1\,000 \text{ L} = 1 \text{ m}^3$). Ils utilisent les unités de volume : cm^3 , dm^3 , m^3 et leurs relations.

Ils calculent le volume d'un cube ou d'un pavé droit en utilisant une formule.

Les angles

Dès le CM1, les élèves apprennent à repérer les angles d'une figure plane, puis à comparer ces angles par superposition (utilisation du papier calque) ou en utilisant un gabarit.

Ils estiment, puis vérifient en utilisant l'équerre, qu'un angle est droit, aigu ou obtus.

Avant d'utiliser le rapporteur, les élèves poursuivent le travail entrepris au CM en attribuant des mesures en degrés à des multiples ou sous-multiples de l'angle droit de mesure 90° (par exemple, on pourra considérer que la diagonale d'un carré partage l'angle droit en deux angles égaux de 45°).

Les élèves apprennent à utiliser un rapporteur pour mesurer un angle en degrés ou construire un angle de mesure donnée en degrés.

Proportionnalité

Les élèves commencent à identifier et à résoudre des problèmes de proportionnalité portant sur des grandeurs.

Des situations très simples impliquant des échelles et des vitesses constantes peuvent être rencontrées.

Sur des situations très simples en relation avec l'utilisation d'un rapporteur, les élèves construisent des représentations de données sous la forme de diagrammes circulaires ou semi-circulaires.



Démarche commune pour introduire les grandeurs mesurables à l'école



1. Dégager la notion de grandeur sur des objets en comparant ces objets selon cette grandeur.
2. Introduire une unité de mesure, d'abord locale (différents étalons)
3. Introduction progressive des unités usuelles (légales du système international), de leurs multiples et sous multiples et mise en relation (conversions) entre ces unités.
4. Calculs

Le travail sur les mesures est un travail en lien avec la numération ***Et toujours autour de la résolution de problèmes.***



Comparaison de deux grandeurs

Comparer n'est pas mesurer !

Trois méthodes classiques servent à comparer des grandeurs :

- - la comparaison directe
- la comparaison indirecte
- la comparaison à l'aide de la mesure.



Comparaison directe.

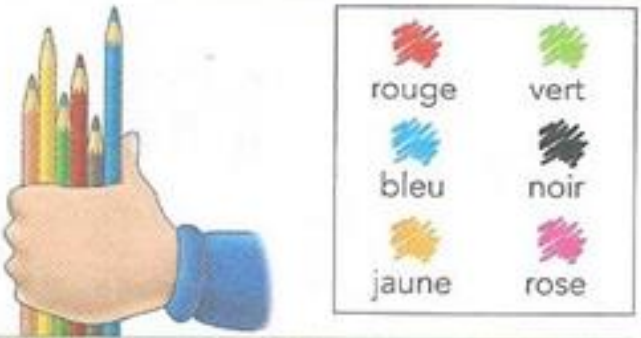
66 Comparaison de longueurs : approche intuitive

Calcul mental

- Furet de la Planche des nombres (-1 ; +1 ; -5 ; +5 ; -10 ; +10)
- Soustractions mentales

Observe l'image et complète.
(Tu peux utiliser la liste de couleurs ci-contre.)

Le crayon le plus long
est le crayon _____.



rouge	vert
bleu	noir
jaune	rose

« J'apprends les maths »
CP, Remi Brissiaud, 2016 (p.87)

Description activité :

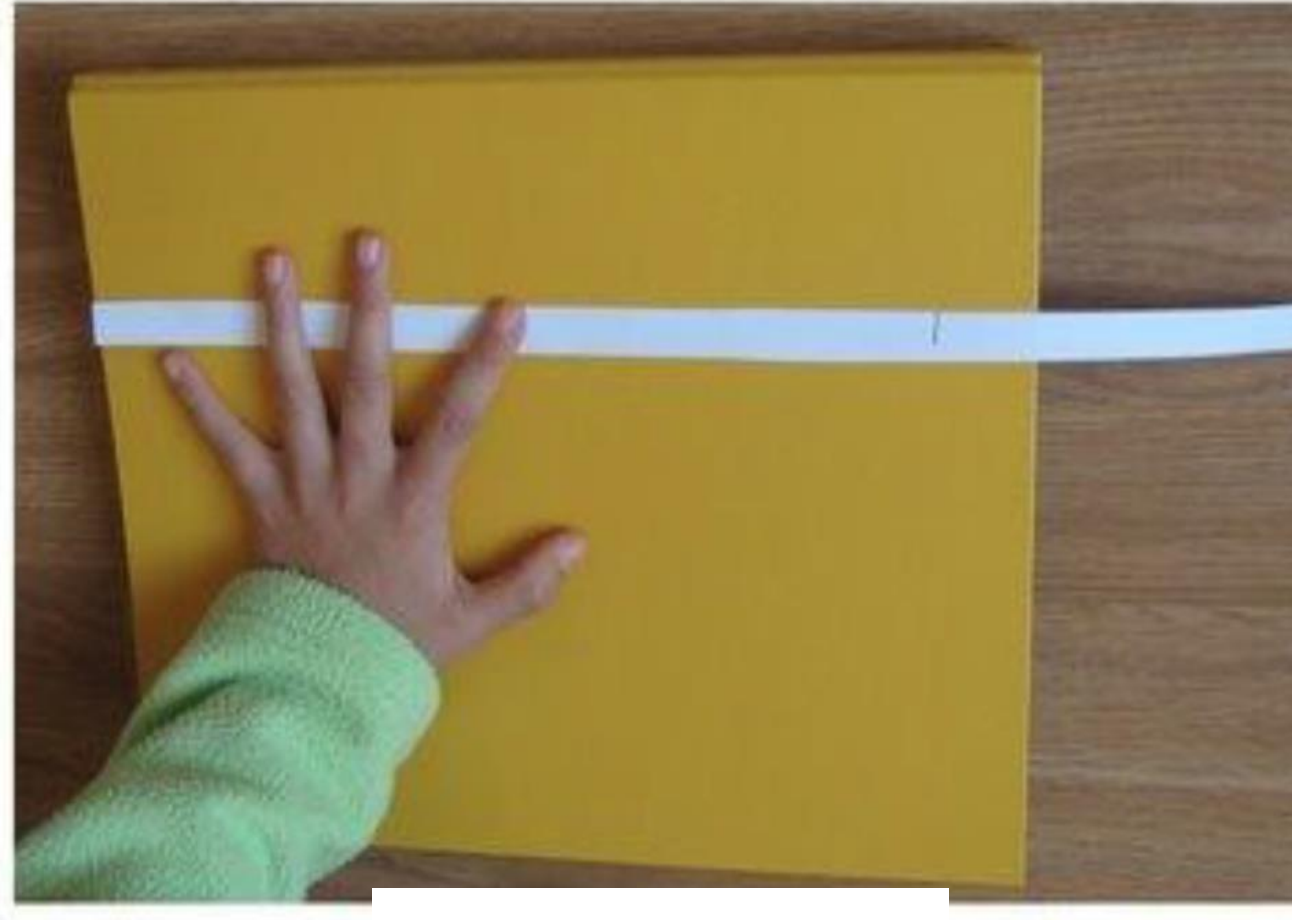
<http://www.enmaternelle.fr/2017/12/07/noel-art-visuel-et-formes-geometriques/>

Documents : <http://www.enmaternelle.fr/wp-content/uploads/2017/12/Art-Visuel-Sapin.pdf>





Comparaison indirecte avec un outil intermédiaire.





Comparaison indirecte avec un outil intermédiaire.

Trouve un moyen pour comparer les longueurs de ces traits et **complète**.

Le trait le plus long
est le _____.

Le trait le plus long
est le _____.

Le trait le plus long
est le _____.

Le trait le plus long
est le _____.

« J'apprends les maths »
CP, Remi Brissiaud, 2016 (p.87)



Comparaison indirecte – Puis double / moitié

UNITES

» GUIDE » CAHIER

Dico-maths Bilan Consolidation

A Comparaison de longueurs

Avec cette bande de papier, je vois que la bande verte est plus longue que la bande bleue.

B Opérations sur les longueurs

La longueur de la bande rouge est le double de la longueur de la bande bleue.

La longueur de la bande bleue est la moitié de la longueur de la bande rouge.

Je fais le bilan

Date : _____

1 Utilise la bande rose de ton cahier. Colorie en bleu la bande qui a la même longueur que la bande jaune.

2 Utilise des bandes rouges, vertes ou bleues. Le chemin d'Arthur est plus long que celui de Zoé. La longueur du chemin de Gribouille est la moitié de celle du chemin de Zoé. Colle une ou plusieurs bandes pour faire les chemins d'Arthur et de Gribouille.

onze • 11

« CAP maths » CP,

R.Charnay, G.Combier, MP
Dussuc, D.Madier

Hatier 2019 (p.87)



Comparaison à l'aide de la mesure

En fin d'apprentissage: On peut aussi comparer des grandeurs par la méthode de la mesure.

Celle-ci apparaît particulièrement performante lorsqu'on ne peut pas faire subir des transformations aux objets.





Unités et étalon

Si les objets ne sont pas déplaçables alors on va devoir choisir un objet annexe, appelé **étalon local**, qui portera la grandeur étudiée.

La mesure de cet étalon sera de 1, d'où son appellation **unité de grandeur**.

Vocabulaire :

la mesure est un nombre,

l'unité est une grandeur,

l'étalon est un objet choisi pour unité de grandeur.

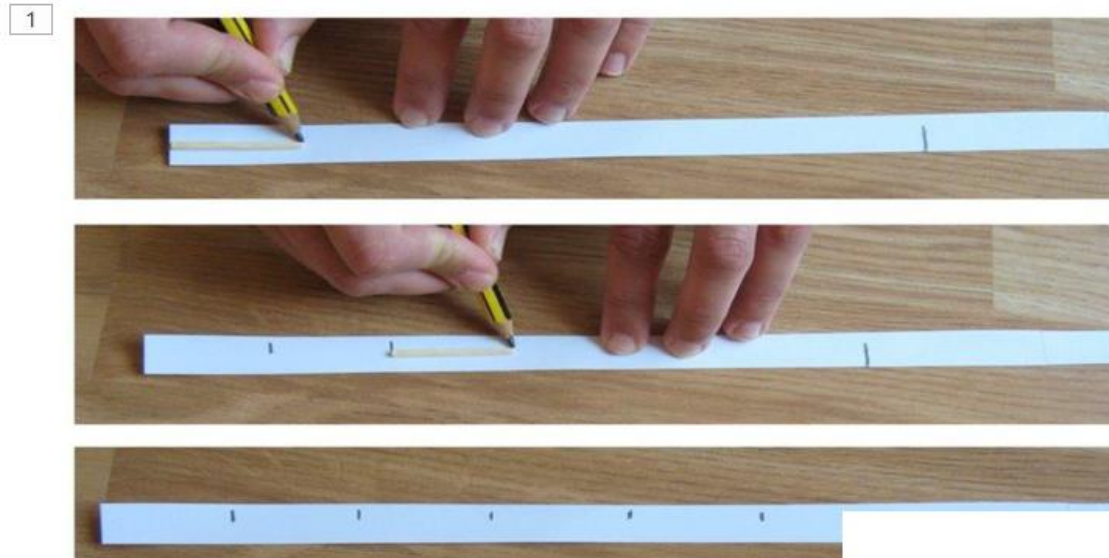


Qu'est-ce que mesurer ?

Une unité étant choisie, la mesure d'une grandeur est **un nombre**.

Mesurer une grandeur, c'est rechercher combien de fois elle renferme une autre grandeur prise **pour unité**.

Reporter un étalon





Mesurer

Il y a donc mesure quand apparaît du « **numérique** ».

Ne pas confondre

- **L'objet** : par exemple, une surface
- **Une grandeur** : p.ex. l'aire (de la surface)
- **La mesure** (de l'aire (de la surface)) qui est un nombre et qui dépend de l'unité.



Une grandeur de référence: L'unité

Des unités « personnelles »:

la longueur d'un morceau de ficelle, d'une bande de papier,
le carreau du cahier (longueur ou aire?)....le temps du sablier, la masse
d'un objet

La nécessité d'unifier les unités :

le système métrique, le système sexagésimal, le système
International...



Procédure numérique :

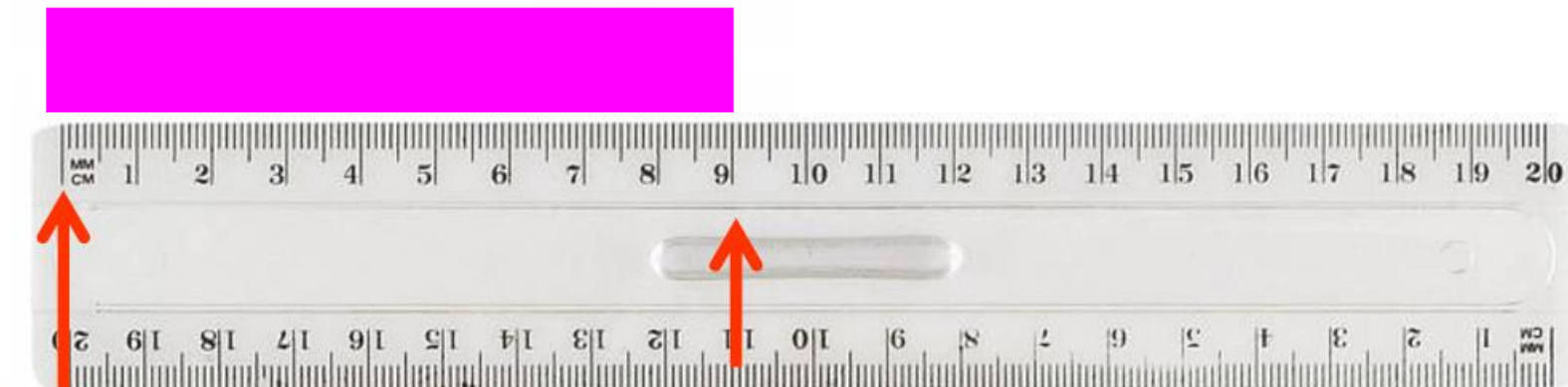
mesure avec une unité **conventionnelle**, le cm, à l'aide d'un nouvel instrument : le double décimètre

Les grands traits s'appellent des graduations.



Entre deux graduations, il y a une unité. Cette unité s'appelle le centimètre.

Entre deux graduations, il y a une unité. Cette unité s'appelle le centimètre.



Le bout de la bande est bien en face du premier grand trait

La bande rose mesure 9 centimètres
On écrit aussi 9cm.

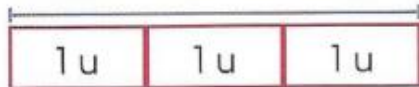
Les longueurs

Pour mesurer une longueur

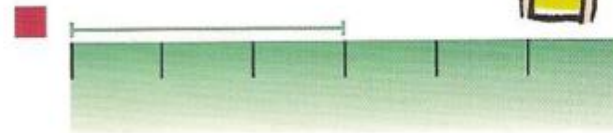
Tu peux reporter plusieurs fois une unité ou utiliser une règle graduée.



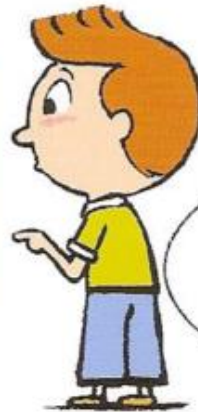
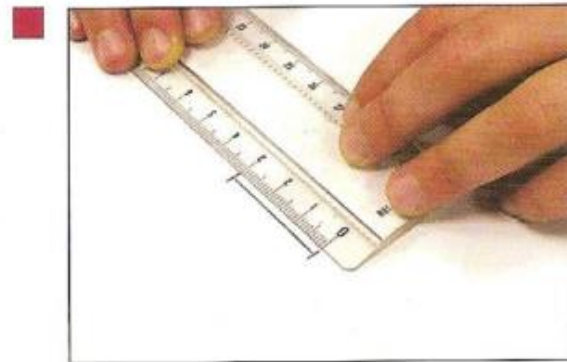
■ 1 u : bande unité



La longueur du segment est 3 u.

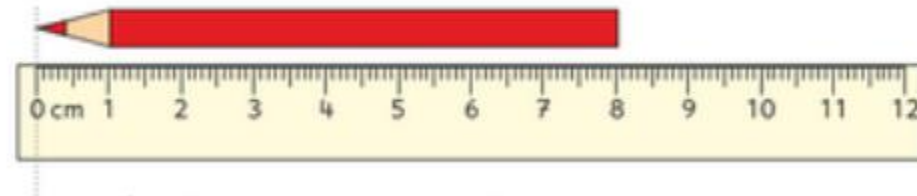
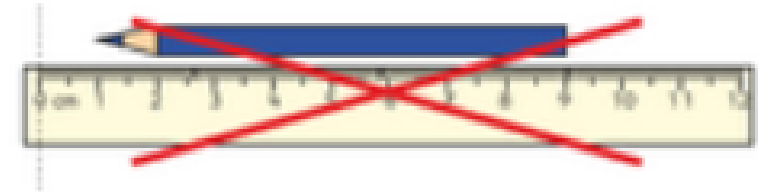


La longueur du segment est 3 centimètres.



Pour mesurer à l'aide d'un double décimètre, il faut bien placer la graduation 0.

Les mesures de longueur des objets plus grands sont données en mètres.
La règle de tableau mesure 1 mètre.



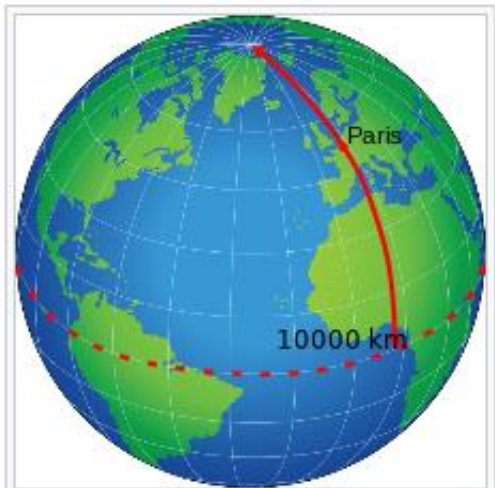
Comparaison de grandeur: une progression à connaître

Grandeurs (et objets auxquels elles sont attachées)	Procédure directe	Procédure indirecte	Procédure numérique (mesure)		
			Premiers étalons	Unités conventionnelles	Instruments de mesure
Longueur (segment)	Superposition, juxtaposition	Report de la longueur du 1 ^{er} objet sur un autre objet (bande, ficelle), puis comparaison directe ou report des deux longueurs sur un même objet.	Bandes, pieds, empans de la main, ...	Mètre (et multiples et sous-multiples).	Règle graduée.
Aire (surface)	Superposition	On décalque et on superpose. Au besoin, découpage et recombinaison d'une des deux surfaces pour essayer de recouvrir l'autre.	Pavage par des carrés, des triangles....	cm ² , m ² ,	Quadrillage avec carreaux d'1cm
Contenance (solide creux)	On remplit le 1 ^{er} , et on transvase dans le 2 ^{ème} . On emboîte l'un dans l'autre	On vide le contenu du premier récipient dans un récipient de référence R, on note le niveau, puis on vide R, on vide le contenu du 2 ^{ème} récipient B dans R, et on compare les hauteurs. Ou on remplit R avec le contenu de A, et on le vide dans B.	On compte des étalons (pots de yaourt, ...)	Litre	Verre doseur.
Volume (solide plein)		On plonge successivement les deux récipients dans un récipient avec de l'eau, et on compare les niveaux d'eau.	Cubes, morceaux de sucre, ...	m ³	
Masse (solide)	On soupèse (perceptif), ou on met un objet dans chacun des plateaux d'une balance.	On construit un objet de même masse que le 1 ^{er} (en construisant un équilibre à la balance), puis comparaison directe.	Cubes, pois chiches, ...	kg	Masses marquées Balance électronique
Durée (intervalle entre deux instants)	Départ synchronisé, on regarde quel intervalle se termine en premier.	Sur un sablier, on note le niveau de sable écoulé pendant le 1 ^{er} , puis on compare au 2 ^{ème} .	On frappe dans les mains, on compte des sabliers, ...	H, min, s	Chronomètre
Angle	Superposition des sommets, un côté de l'un sur un côté de l'autre	On décalque le 1 ^{er} , on superpose au deuxième.	Pas à l'école	Pas à l'école	Pas à l'école



L'histoire du mètre

Le 26 mars 1791 naissait le **mètre**, dont la longueur était établie comme égale à la dix millionième partie du quart du méridien terrestre.



Première définition du mètre :
illustration du demi-méridien terrestre
passant par Paris.



5-Les unités de mesures conventionnelles

Le mètre (m)



longueur

Le litre (L)



contenance

Le gramme (g)



masse

La seconde (s)



durée

L'euro (€)



prix

Le mètre carré (m²)



Aire

Multiples et sous-multiples pour les unités de mesure

kilo (*khilioi*):mille

placé devant une unité la multiplie
par 1000.

hecto (*hekatón*):cent

placé devant une unité la multiplie
par 100.

déca (*deka*):dix

placé devant une unité,la multiplie
par 10.

déci (*decem*) dix

placé devant une unité, la divise par
10.

centi (*centisimus*) ;

placé devant une unité, la divise par
100.

milli (*mille*) mille

placé devant une unité, la divise par
1000.

grec

préfixe

latin