

POUR CHAQUE CYCLE

- 1- Ce que disent les programmes
- 2- Les différentes activités des élèves pour développer des connaissances
- 4- Les apprentissages sous-jacents et le vocabulaire associé
- 5- Les points de vigilance et les variables didactiques

lien avec les compétences à développer:

P1 : Maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique

P3 : Construire, mettre en œuvre et animer des situations d'enseignement et d'apprentissage prenant en compte la diversité des élèves



Le nouveau programme de maternelle

Bulletin officiel n°25 du 24 juin 2021



Cinq domaines

Domaine 1 : Mobiliser le langage dans toutes ses dimensions

Domaine 2 : Agir, s'exprimer, comprendre à travers l'activité physique

Domaine 3 : Agir, s'exprimer, comprendre à travers les activités artistiques

Domaine 4 : Acquérir les premiers outils mathématiques

4.1. Découvrir les nombres et leurs utilisations

4.2. Explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées

Domaine 5 : Explorer le monde

CE QUE DISENT LES PROGRAMMES....

4. Acquérir les premiers outils mathématiques

Comme d'autres domaines, les mathématiques contribuent à la structuration de la pensée. Le développement des premières compétences en mathématiques est donc un des objectifs prioritaires de l'enseignement à l'école maternelle. Cet enseignement structuré et ambitieux est assuré tout au long du cycle, à travers le jeu, la manipulation d'objets et la résolution de problèmes. Il s'attache à stimuler chez les élèves la curiosité, le plaisir et le goût de la recherche. Il leur permet de comprendre et d'utiliser les nombres, de reconnaître des formes et d'organiser des collections d'objets en fonction de différents critères, catégories, propriétés (forme, grandeur : longueur, masse, contenance – couleur, usage, fonction).

Introduire les enfants au plaisir du raisonnement mathématique en maternelle, c'est aussi les faire jouer avec les formes, l'espace, les cartes, les dessins, les puzzles, les séries, la logique, etc. et enrichir leur langage pour parler avec précision de tous ces domaines.

4.1. Découvrir les nombres et leurs utilisations

Depuis leur naissance, les enfants ont une intuition des grandeurs qui leur permet de comparer et d'évaluer de manière approximative les longueurs (les tailles), les volumes, mais aussi les collections d'objets divers (« il y en a beaucoup », « pas beaucoup », etc.). **À leur arrivée à l'école maternelle**, ils commencent à discriminer les petites quantités, un, deux et parfois trois. Enfin, s'ils savent énoncer les débuts de la suite numérique, cette récitation ne traduit pas une véritable compréhension des quantités et des nombres.

4.1.2. Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

- Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques (perception immédiate, correspondance terme à terme, etc.).
- Réaliser une collection dont le cardinal est compris entre 1 et 10.
- Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée (quantités inférieures ou égales à 10).
- Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
- Mobiliser des symboles analogiques (constellations, doigts), verbaux (mots-nombres) ou écrits (en chiffres), pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité, jusqu'à 10 au moins.
- Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
- Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.
- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.
- Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.
- Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Dire la suite des nombres à partir d'un nombre donné (entre 1 et 30).
- Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à 10.
- Commencer à écrire les nombres en chiffres jusqu'à 10.
- Commencer à comparer deux nombres inférieurs ou égaux à 10 écrits en chiffres.
- Commencer à positionner des nombres les uns par rapport aux autres et à compléter une bande numérique lacunaire (les nombres en jeu sont inférieurs ou égaux à 10).
- Commencer à résoudre des problèmes de composition de deux collections, d'ajout ou de retrait, de produit ou de partage (les nombres en jeu sont tous inférieurs ou égaux à 10).



Dans ce nouveau programme



Enseigner à travers :

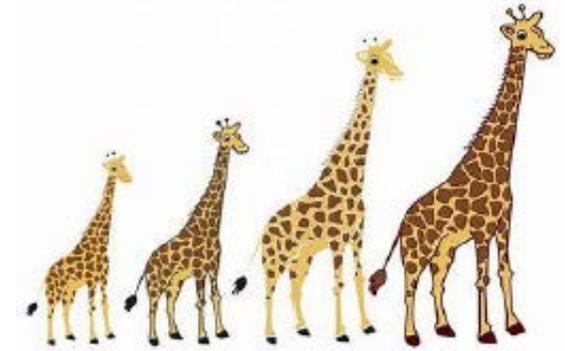
- *Le jeu*
- *La manipulation d'objets*
- *La résolution de problèmes*

Stimuler chez les élèves

- *La curiosité*
- *Le plaisir du raisonnement mathématique*
- *Le gout de la recherche*



Nombre – Chiffre - Mot nombre - Numéro?



Un nombre est un **concept** qui permet:
d'une part **d'évaluer une quantité**,
et d'autre part de **comparer des quantités**

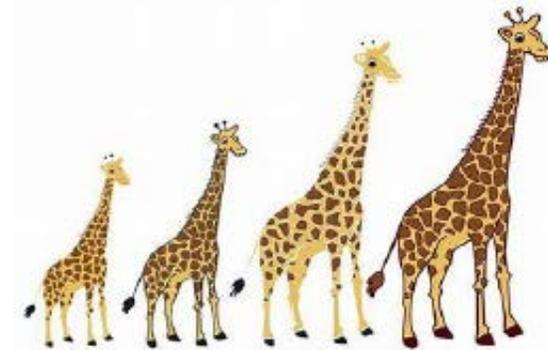
Nombre – Chiffre - Mot nombre - Numéro?



4



四



IV

Un chiffre est un **symbole** qui permet d'écrire les nombres

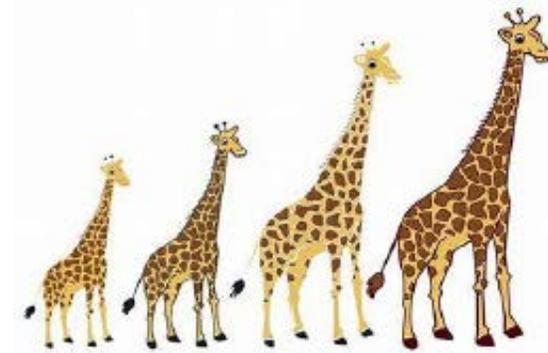
Nombre – Chiffre - Mot nombre - Numéro?



quatre



four



quattro

Un mot-nombre est un **mot** qui permet dire un nombre



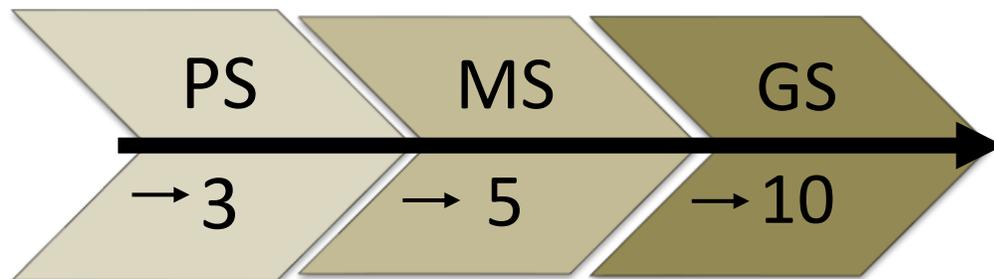
Nombre – Chiffre - Mot nombre - Numéro?



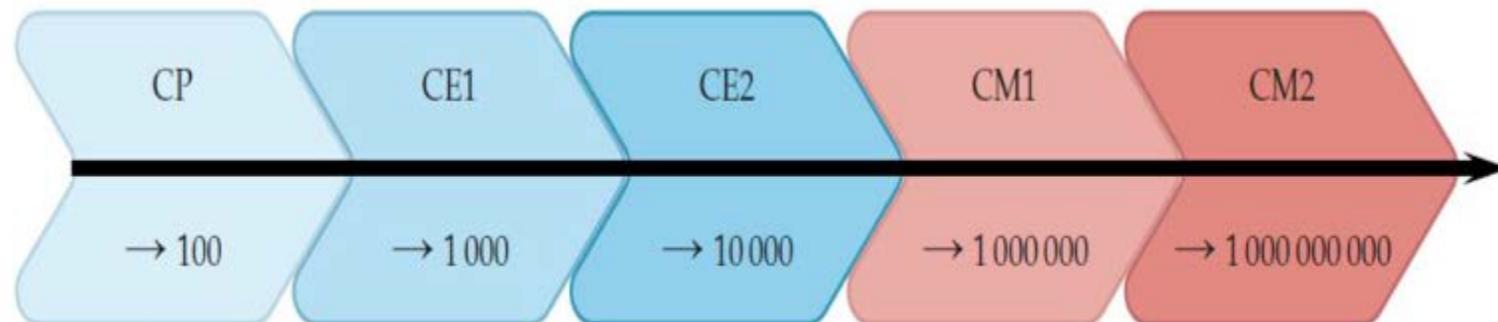
Un numéro ressemble à un nombre mais n'en est pas un,
permet de repérer une position, un ordre....

Repère de progressivité, construction du nombre du cycle 1 au cycle 3

À l'école maternelle (au minimum)



À l'école élémentaire



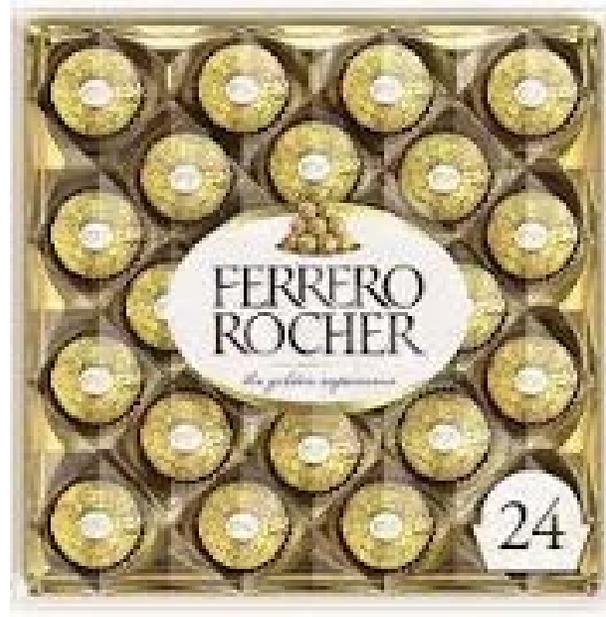
Les différents usages/ aspects du nombre



Le nombre est vu comme un numéro, Il a un usage **ORDINAL**

Tâche associée : Numérotter des objets.

Les différents usages/aspects du nombre



Le nombre est vu comme un quantité, Il a un usage **CARDINAL**

Permet d'exprimer et de comparer des quantités

Tâche associée : dénombrer une collection



Une situation: deux aspects du nombre



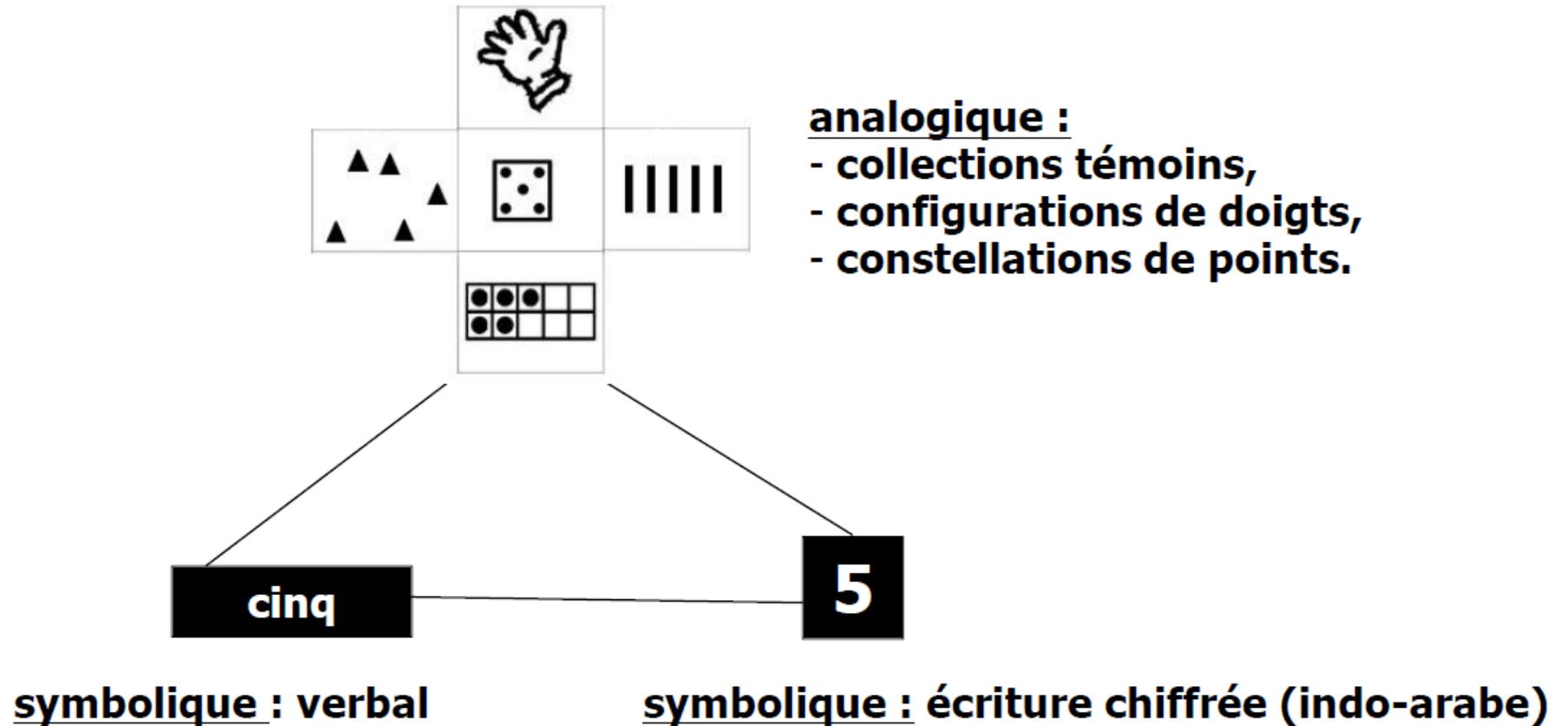
Cardinal: Combien y a-t-il de perles en tout ?

Ordinal: De quelle couleur est la 3^{ème} perle?



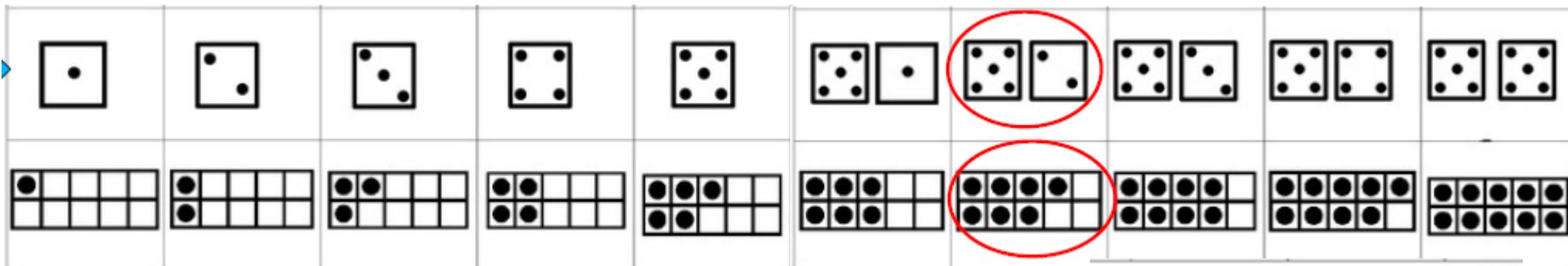


Le triple code du nombre



CONSTELLATIONS ET CARTES

CONSTELLATIONS



Sept, c'est cinq et deux

Sept, c'est quatre et trois

Sept, c'est six et un

Il faut en ajouter trois pour faire dix

Les constellations de points qui privilégient **le groupement par 5** :
permettent de travailler **les décompositions s'appuyant sur 5**.

Les cartes à points privilégient l'organisation **par de 2** :
permettent de travailler les **doubles** et les **compléments à 10**.



CONFIGURATIONS DE DOIGTS



Variation des représentations analogiques digitales



Pour un



pour deux



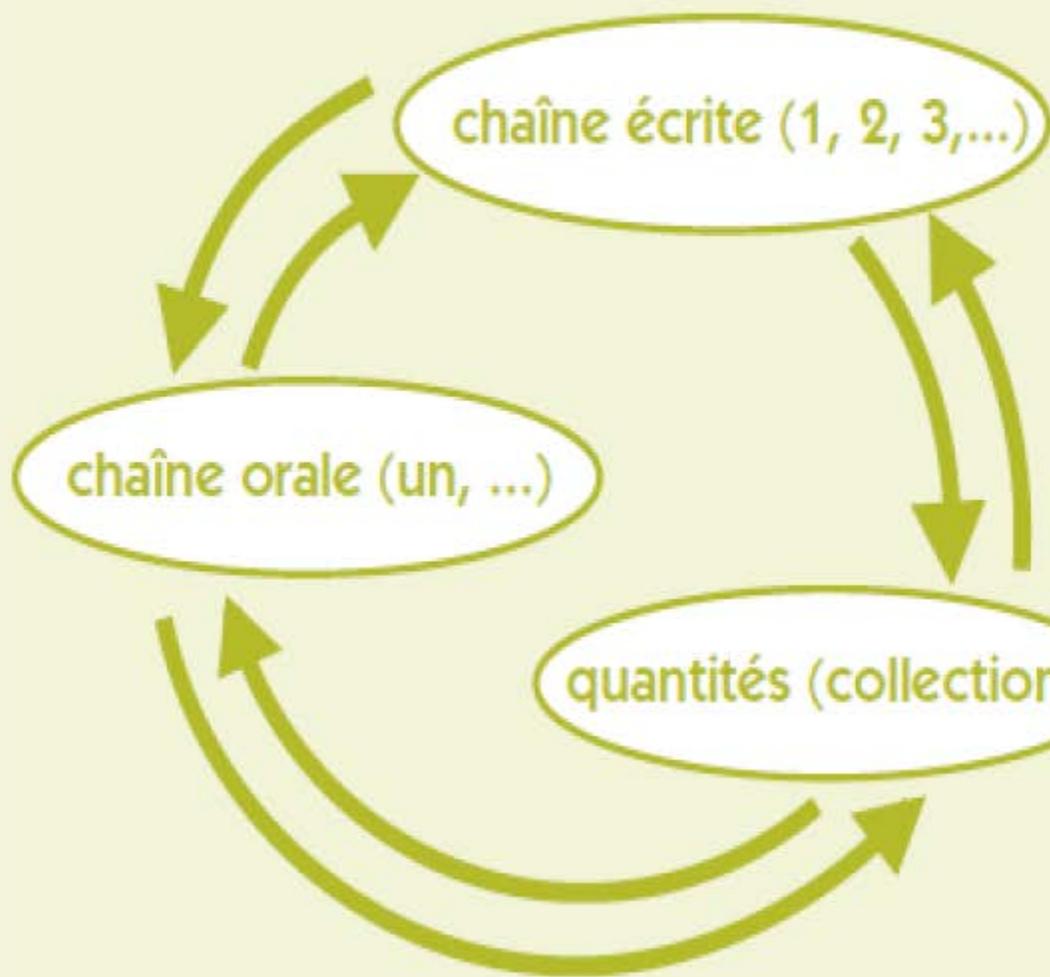
Les fonctions du nombre

COURS

- Désigner/communiquer, mémoriser, anticiper, comparer des quantités:
Deux activités fondamentales.
- Comparer deux collections d'objets selon leur cardinal
- Construire une collection de cardinal donné, par une autre collection, par un nombre

| | Aspect cardinal | Aspect ordinal |
|------------------------------------|--|---|
| mémoriser | Pour garder en mémoire une quantité (reproduction, comparaison, communication...) | Pour garder en mémoire une position dans une liste (en vue de la retrouver, de la communiquer...) |
| comparer | Déterminer quelle collection comporte le plus d'objets ; ranger des collections de la moins nombreuse à la plus nombreuse. | Comparer les positions occupées par des objets dans une liste rangée. |
| Anticiper le résultat d'une action | Pour connaître à l'avance le résultat d'une augmentation, d'une diminution, d'un partage... | Pour connaître à l'avance le résultat d'un déplacement dans une liste d'objets. |

Source: «HATIER, professeur des écoles, admissibilité» Charnay et Mante.



Supports :

- calendrier ;
- bandes numériques (pistes numérotées) ;
- tableaux des nombres ;
- compteurs ;
- calculatrice ;
- monnaie.

Représentation du nombre :

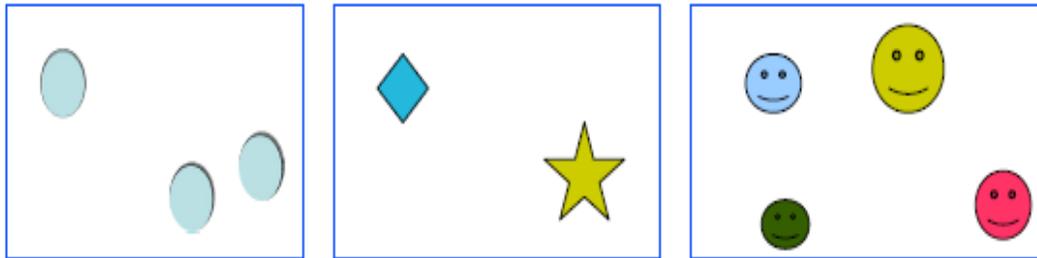
- doigts ;
- constellations ;
- collections témoins ;
- abaques.

LES PROCEDURES DE DENOMBREMENT

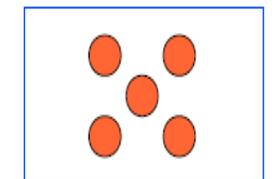
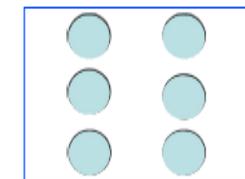
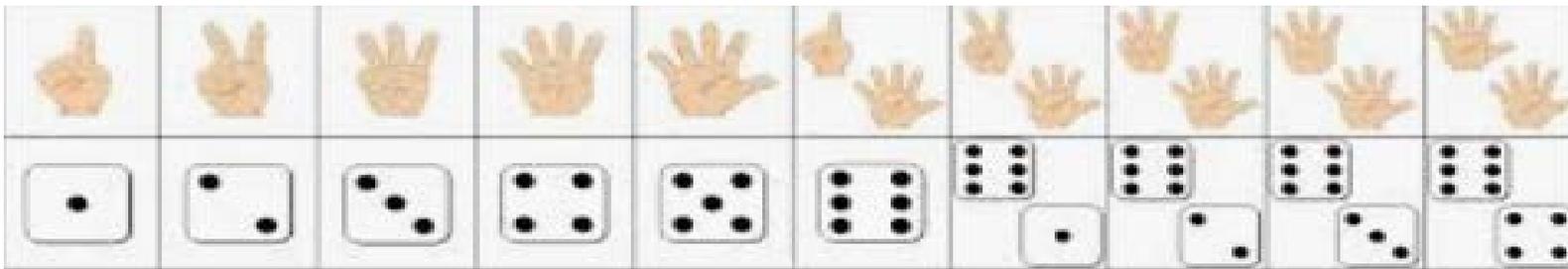


1. RECONNAISSANCE GLOBALE

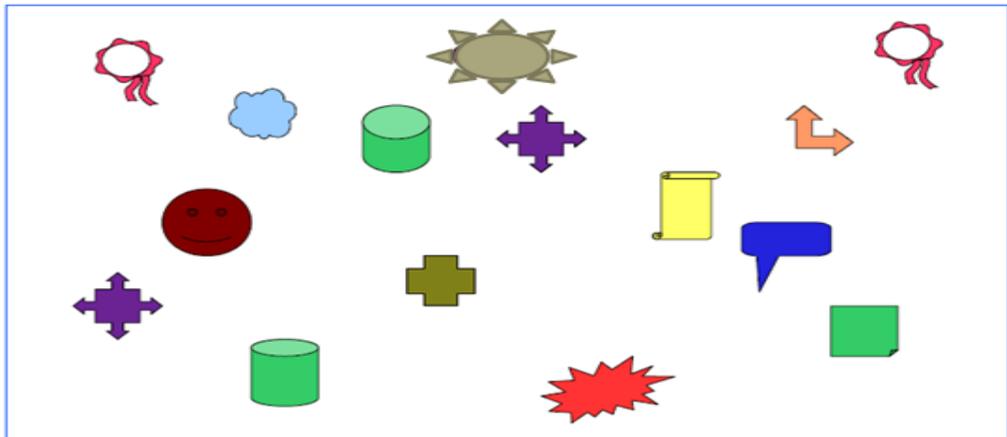
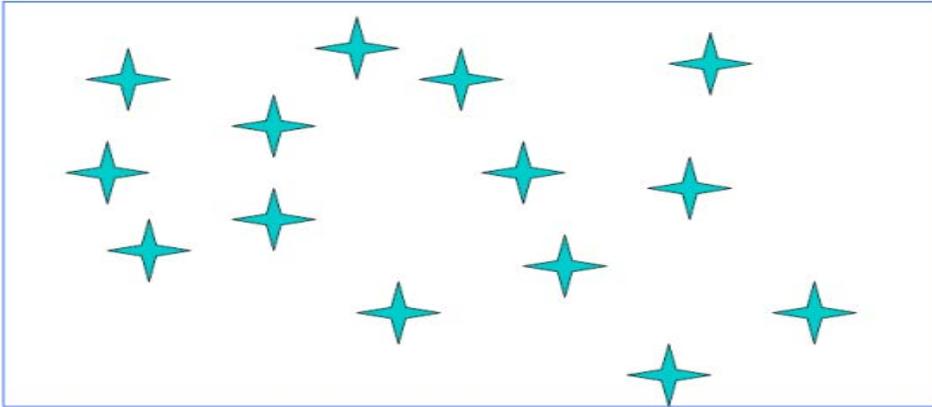
Pour moins de 4 – 5 objets : **subitizing**: perception visuelle globale



Pour des nombres un peu plus grands : dispositions connues (constellations du dé, des doigts)



2. COMPTAGE DE UN EN UN



L' énumération:

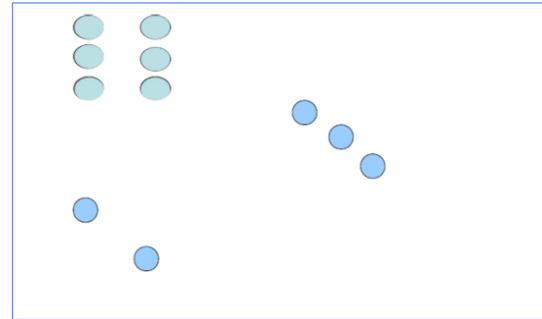
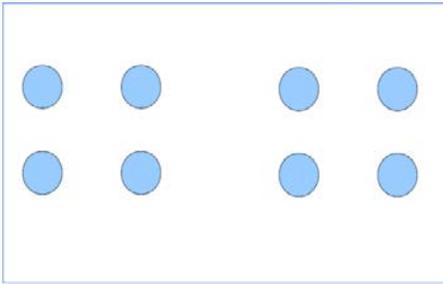
L'exploration exhaustive d'une collection en passant en revue tous les objets de la collection et chacun d'eux une seule fois.

Désigner, un à un et une seule fois, chacun des éléments d'un ensemble.

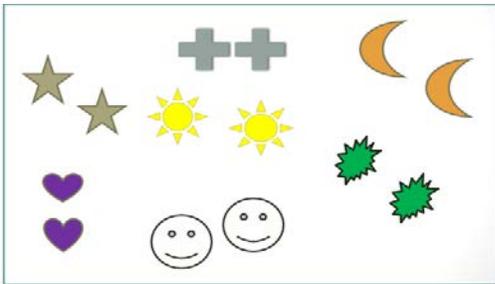
Cela nécessite une organisation spatiale personnelle pour parcourir les éléments de la collections

3. COMPTAGE PAR PAQUETS

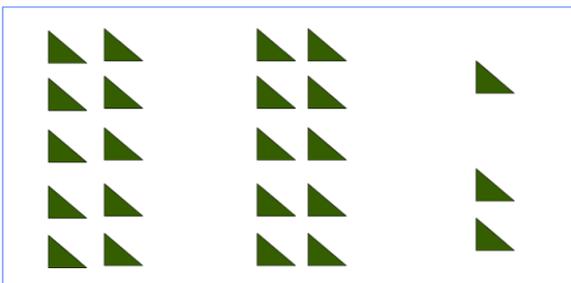
- À l'aide de configurations et de résultats mémorisés ou en surcomptant :
4 et 4 ou bien 4 ... 5, 6, 7, 8



- En comptant de 2 en 2 :

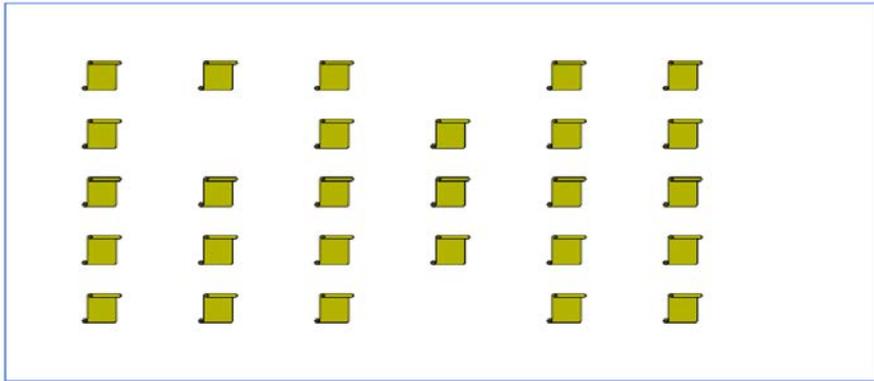


- En appui de la numération décimale : $10 + 10 + 3$

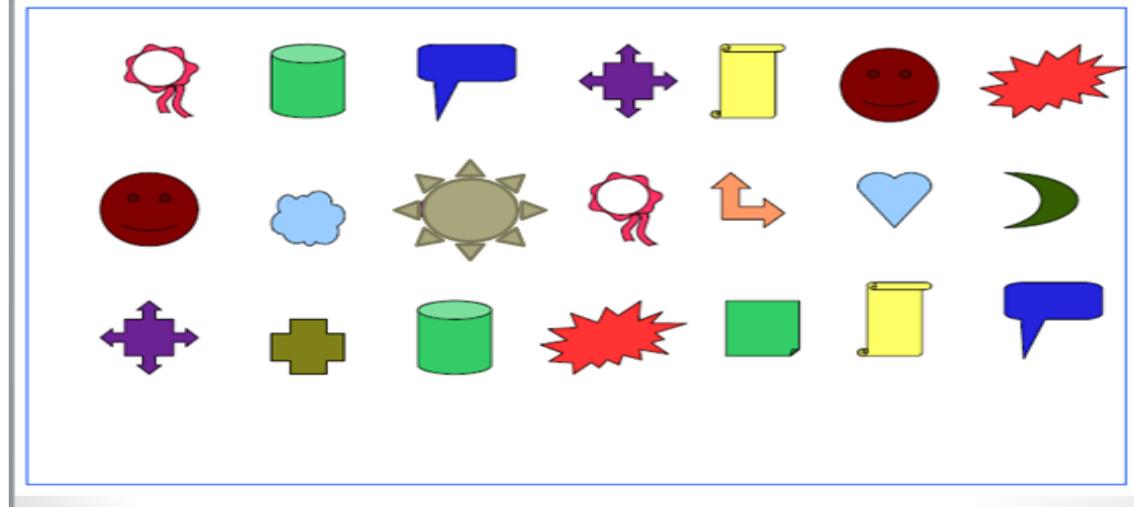


4. DÉNOMBRER EN CALCULANT

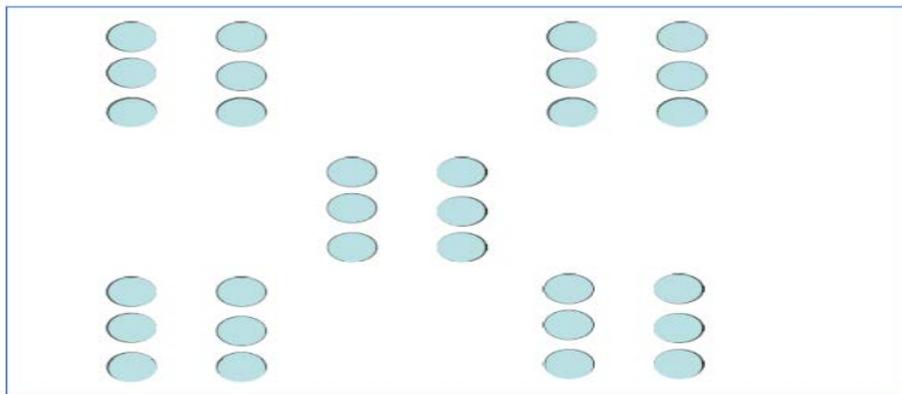
- À l'aide de résultats mémorisés (appui sur la connaissance de faits numériques)



$$5 \times 6 - 3$$



$$7 \times 3$$



$$5 \times 6$$

CYCLES 2-3

BILAN: PROCÉDURES DE DÉNOMBREMENT

COURS

Reconnaissance globale, instantanée:

- très petites quantités (**subitizing**) , disposition spatiale
- ou petites quantités organisées à force de **fréquentation** (constellations, mains ...)

Par une **décomposition dans laquelle on dénombre d'abord une sous-collection** (par l'une des procédures précédentes), avant de terminer par appui sur une relation connue: par exemple **4 et 1** cela fait **5. itération de 1 unité**

Par comptage: on énumère tous les objets en récitant la comptine, et le dernier mot-nombre prononcé représente à lui seul la quantité de tous les objets

BILAN: PROCÉDURES DE DÉNOMBREMENT

COURS

Par surcomptage, décomptage: Procédure dans laquelle on dénombre d'abord une sous-collection (par l'une des procédures précédentes), avant de compléter par comptage, en avançant ou en reculant;

Par double comptage : il est, par exemple, utilisé pour déterminer combien il faut encore mettre d'objets dans une boîte qui en contient six pour en avoir dix ;

Par comptage des paquets et codage de la quantité en s'appuyant sur les règles de numération: lorsque la collection est organisée au préalable en groupements réguliers (de 10, 100, ...) (au cycle 2)

Par Calcul: un dénombrement de sous-collections, suivi d'une opération arithmétique

LA COMPTINE NUMÉRIQUE

Que permet de travailler chacune de ces comptines ?

Comptines Brissiaud

Voici ma main

Voici ma main, elle a 5
doigts,



En voici 2,



En voici 3.



Voici ma main elle a 5
doigts,



En voici 4,



Et 1 tout droit.



*Un éléphant se balançait
sur une toile, toile, toile,
toile d'araignée
et il trouva ce jeu
tellement amusant
qu'il appela
un deuxième éléphant.*

Deux éléphants se balançaient...

La poule

1, 2, 3 4, 5, 6 7, 8, 9
Moi je compte jusqu'à neuf
Avant de pondre mon œuf.

1, 2, 3 4, 5, 6
Si je compte jusqu'à six,
Mon œuf est en pain d'épice

1, 2, 3
Si je compte jusqu'à trois,
Mon œuf est en chocolat



*3 petits moustiques m'ont piqué
1 sur le front
1 sur le nez
et le troisième au bout du pied.
3 petits boutons m'ont poussé
1 sur le front
1 sur le nez
et le troisième au bout du pied.
Me voilà tout défiguré!*

Quand trois poules vont aux champs
La première va devant
Quand trois poules vont aux champs
La première va devant
La deuxième suit la première
La troisième va derrière
Quand trois poules vont aux champs
La première va devant
La deuxième suit la première
La troisième va derrière
Quand trois poules vont aux champs
La première va devant

*Ils étaient six dans le nid
Et le petit dit « Poussez-vous, poussez-vous! »
Et l'un d'eux tomba du nid.
Ils n'étaient plus que cinq dans le nid.
Et le petit dit « Poussez-vous, poussez-vous! »*

...

*Il n'était plus que un dans le nid.
Et le petit dit « Aaaah! »*



COMPTINE NUMÉRIQUE



On fait ici référence à la suite orale des nombres (les **mots-nombres**), appelée aussi **comptine numérique**.

On la mémorise par répétition (par exemple lors des rituels), en s'aidant de comptines.

Elle s'apprend progressivement, selon des rythmes propres à chaque élève (**objectifs : 5-6 en PS ; 12-15 en MS ; 30 en fin de GS**)

Un élève connaît la comptine lorsque :

- il ne fait ni ajout, ni oubli, ni changement dans l'ordre (c
- il ne modifie pas la comptine d'une récitation à l'autre (c





Exemples d'objectifs possibles d'apprentissage autour de la comptine numérique

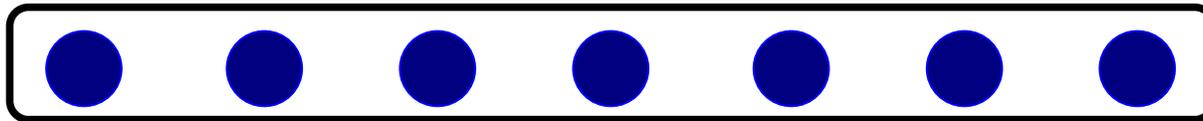
- Mémoriser la suite des nombres dans l'ordre – pour compter
 - Mémoriser la suite des nombres avec coupures (à partir de / jusqu'à un nombre) –
pour constituer une collection, sur-compter
 - Décomposer les nombres, les comprendre (nombres cardinaux)
 - Comprendre l'aspect ordinal des nombre
- 



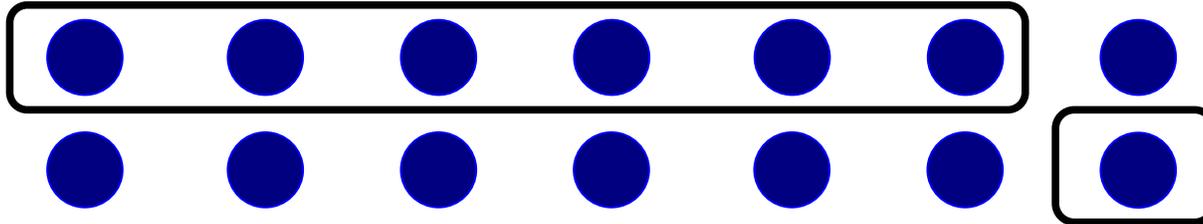
Une difficulté d'apprentissage: Le comptage numérotage

Les erreurs liées à un pointage-comptage prématuré

Après pointage-comptage par l'enfant, on pose la question, en entourant les jetons : « Les 7 jetons sont-ils : »



là ?



Ou bien là ?

5 enfants sur 20 entre 3 et 5 ans réussissent.

Beaucoup proposent la dernière option, malgré le pluriel.



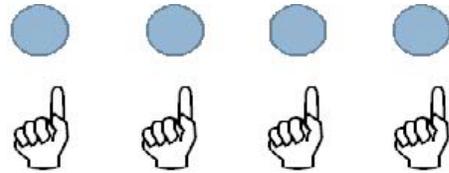
LE COMPTAGE NUMÉROTAGE

Le pointage

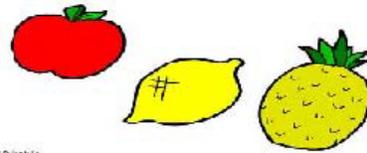


La trompe

Les pattes

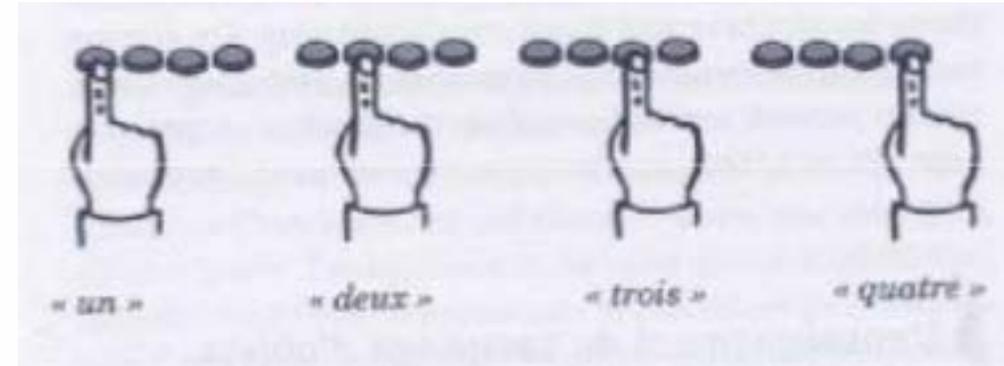


Le un, le deux, le trois, le quatre



Pomme, citron, ananas

Comment exprimer la totalité ?

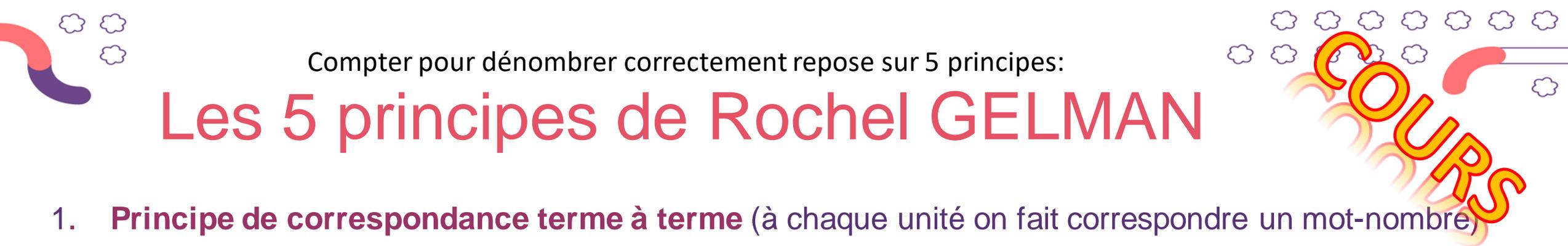


Enseigné à la maison

Un mot-nombre pointe un objet

Dénombrer

Une grande attention doit être portée aux activités de dénombrement pour que soit évité le « comptage-numérotage ». Elles doivent faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée. Ainsi, par exemple, pour des éléments déplaçables, « trois » est dit seulement au moment où l'élément pointé rejoint les deux précédents pour former ainsi une collection de trois. Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant ou en reculant de une unité dans la suite des noms de nombres.



Compter pour dénombrer correctement repose sur 5 principes:

Les 5 principes de Rochel GELMAN

1. **Principe de correspondance terme à terme** (à chaque unité on fait correspondre un mot-nombre)
2. **Principe de suite stable** (les mots nombres doivent toujours être récités dans le même ordre)
3. **Principe cardinal** (le dernier mot nombre prononcé exprime la quantité de l'ensemble)
4. **Principe de l'indifférence de l'ordre** (les unités peuvent être comptées dans n'importe quel ordre)
5. **Principe d'abstraction** (toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble)

Pour compter les enfants doivent mettre en œuvre tous les principes simultanément, de façon coordonnée, il faudra les entraîner séparément avant pour éviter des erreurs

Connaitre ces principes aidera les enseignants à repérer l'origine des difficultés des élèves





Propositions de Rémi Brissiaud

- Différer l'apprentissage du dénombrement par comptage
 - Stabiliser d'abord la reconnaissance des très petites quantités, en les mettant en lien les unes avec les autres, par des décompositions :
 - « deux, c'est un et encore un »
 - « trois, c'est un, un, et encore un ; c'est aussi deux et encore un »
 - Faire ensuite le lien entre les quantités reconnues globalement et le dernier-mot nombre obtenu en comptant :
 - Combien vois-tu de lapins? « trois »**
 - Peux-tu les compter ? « 1,2,3 »**
- Compter d'abord des collections déplaçables, et non des collections alignées, pour ne pas donner l'impression qu'on numérote les objets, ou alors les faire apparaître petit à petit.

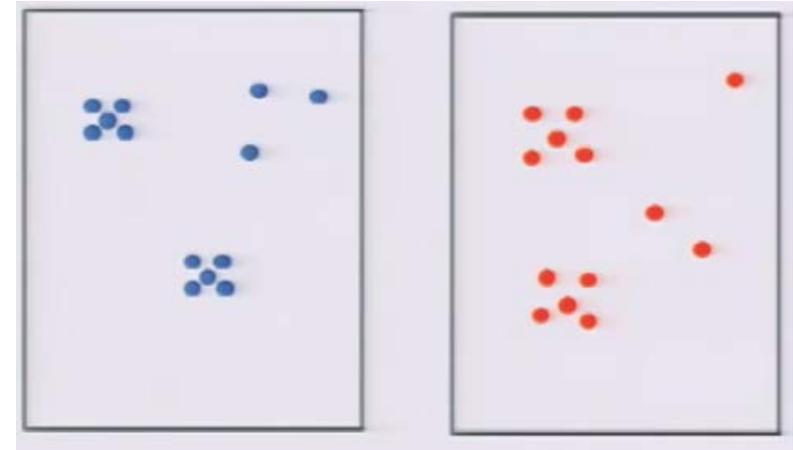
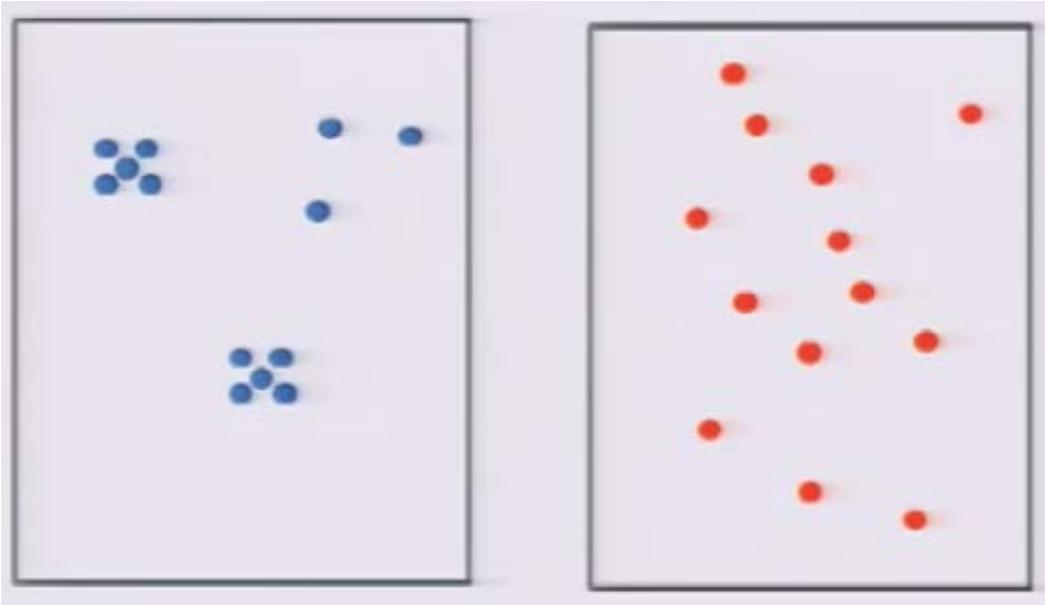


Comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques:

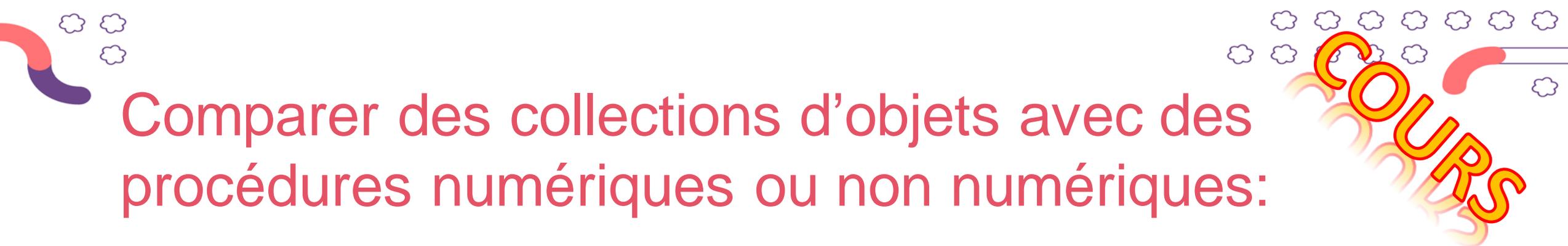
COURS

- **Perceptif** lorsqu'il y a une grande différence (peu/beaucoup) avec **une correspondance terme à terme** entre les éléments des deux collections, lorsque une (au moins) des collections est déplaçable / lorsque les collections sont organisées avec une correspondance terme à terme entre les éléments d'une des collections et les doigts/une collection intermédiaire, lorsque les collections ne sont pas déplaçables
- **Perceptif** lorsque les quantités sont très petites (1 à 4) ou organisées (constellations du dé)
- En **comptant les deux collections** et en **écoutant** quand la comptine est la **plus longue**
- En **comptant les deux collections**, et en **retrouvant l'écriture chiffrée** des cardinaux sur la **bande numérique** : celle qui est la plus loin correspond au cardinal le plus grand
- En **comptant les deux collections** et en **connaissant par cœur la réponse** (7 c'est plus que 5)

Tache de comparaison : E Mounier



- Nécessité d'organiser les collections
- Validation par un terme à terme ou paquet (de 5, 10) par paquet
- Écriture chiffrée construite pour communiquer à partir de l'organisation en paquets de 10



Comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques:

- En organisant les collections et en faisant des comparaisons paquet par paquet (de 5, 10) puis en comparant les unités restantes
- En organisant les collections (en dizaines, unités) et en comparant le nombre de dizaines puis d'unités lorsque il y a autant de dizaines

... cette comparaison se fera ensuite uniquement avec les écritures chiffrées

