

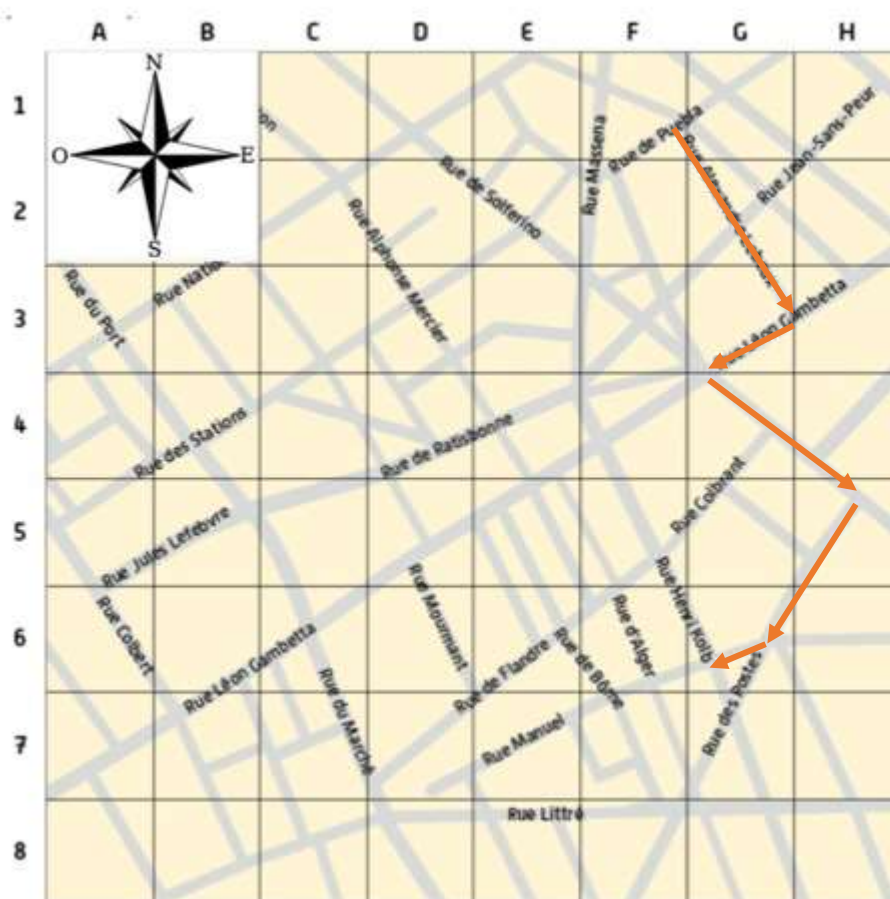
Évaluation de mathématiques - Eléments de correction

Décembre 2024 - Master MEEF 1er degré

Exercice 1. Déplacement sur un plan

On s'intéresse à l'exercice donné ci-dessous, élaboré à partir du manuel Haut les maths CM2, manuel et cahier de géométrie, 2021, Retz, p.164,165.

Le plan du quartier où habite Tom est donné ci-dessous.



1. Tom part de l'intersection de la rue de Puebla et de la rue Alexandre Lebeux. Dans quelle case du plan Tom démarre-t-il son trajet ?
2. Il avance dans la rue Alexandre Lebeux et prend la 2e rue à droite. Il continue pour tourner dans la 1re rue à gauche. Il prend ensuite la 2e rue à droite. Il avance et prend la 2e rue à droite puis s'arrête au 1er carrefour. Dans quelle case du plan Tom arrive-t-il ? À l'intersection de quelles rues Tom se trouve-t-il ?

1. Répondre aux deux questions de l'exercice. On ne demande pas de justification.

1) F1 (G1 accepté)

2) G6 : au croisement de H Kolb et Manuel

2. Indiquer une erreur à laquelle on peut s'attendre pour la première instruction : « Il avance dans la rue Alexandre Lebeux et prend la 2e rue à droite ».

On peut supposer qu'un élève ne pensera pas à adopter le point de vue du personnage qui se déplace sur le plan. Il suivra alors la rue Gambetta vers l'est, c'est à dire vers sa droite s'il a le plan en face de lui.

3. En utilisant la rose des vents du plan, donner un message pour décrire le parcours de Tom sans utiliser les mots « gauche » et « droite » dans les instructions.

Il avance dans la rue Alexandre Lebeux et prend la 2e rue en direction du sud-ouest. Il continue pour tourner dans la 1re rue en direction du sud-est. Il prend ensuite la 2e rue en direction du sud-ouest. Il avance et prend la 2e rue vers le sud-ouest puis s'arrête au 1er carrefour.

4. En dehors de l'utilisation d'un vocabulaire différent, en quoi le repérage de l'exercice du manuel et celui de la question 3 diffèrent-ils ?

Les indications « gauche » et « droite » sont relatives au personnage qui se déplace et ne peuvent être interprétées sans connaître son orientation. Ce repérage dépend donc de l'orientation de la personne effectuant le parcours (repérage relatif).

Les indications données par les points cardinaux ne dépendent pas de l'orientation de la personne qui effectue le parcours (repérage absolu). Il suffit de pouvoir situer ces points cardinaux, conventionnels, pour utiliser ce plan.

Exercice 2. Géométrie plane : programmes de construction

Partie 1 :

1. Réaliser le programme de construction ci-dessous, sur l'annexe 4 (en dernière page). Tous les instruments de géométrie sont autorisés.

1	Tracer un segment [AC] de longueur 5 cm.
2	Nommer I le milieu du segment [AC]
3	Tracer le cercle L de centre I et de rayon 3 cm
4	Tracer la médiatrice (d) du segment [AC]
5	Nommer B et D les points d'intersection de (d) et du cercle L.
6	Tracer le quadrilatère ABCD

2. Donner la nature du quadrilatère ABCD. Justifier.

Montrons que les diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

Les points B et D sont sur la médiatrice du segment [AC] donc le segment [BD] est perpendiculaire au segment [AC]

Le point I est le milieu du segment [AC] donc il est sur la médiatrice du segment [AC]. Il est donc aligné avec B et D.

Les points B et D sont sur le cercle L donc on a l'égalité des longueurs : $IB=ID$ ($=3$ cm).

Le point I est le milieu du segment [BD] et du segment [AC].

Ces deux segments étant perpendiculaires, on peut conclure que le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu (c'est un parallélogramme) et sont perpendiculaires : c'est un losange.

3. Soit J le milieu du segment [ID]. Compléter la figure de l'annexe 4 pour construire un parallélogramme JACE. On laissera apparents les traits de construction.

ATTENTION : On attend le tracé du parallélogramme JACE et non de JAEC.

On peut placer le point E tel que $JE=AC$ et $CE=AJ$ (report des longueurs AC et AJ à partir des points J et C avec le compas ou autre)

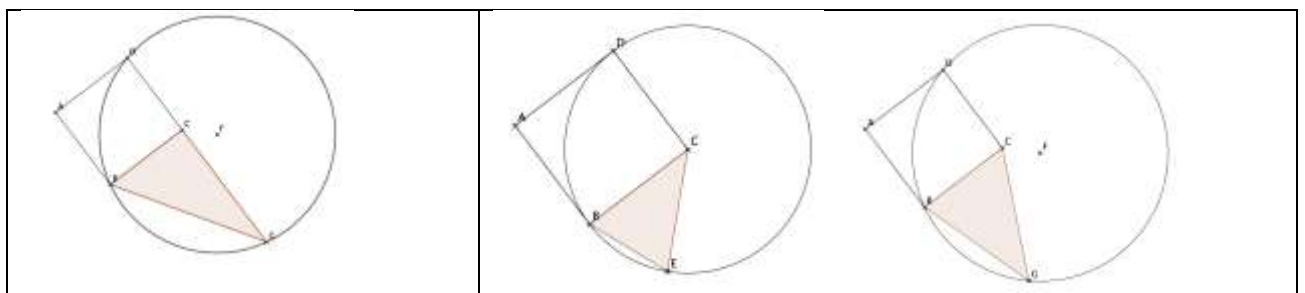
On peut utiliser les diagonales et construire le point E tel que le segment [AE] ait même milieu que [JC]
.....ou utiliser toute autre caractérisation du parallélogramme.

On ne demande pas de justification du codage.

5. Lors d'une séance de géométrie, un.e professeur.e de CM2 distribue la figure ci-contre (où les dimensions ne sont pas respectées) et demande à ses élèves de rédiger les différentes étapes qui devront permettre aux élèves de la classe voisine de construire la figure, sans l'avoir vue auparavant.

5.1. Dessiner à main levée deux figures incorrectes auxquelles ce programme de construction peut conduire.

- Le programme ne permet pas de placer précisément le centre du cercle.
- Le programme ne permet pas de placer précisément le point E sur le cercle.



5.2. Donner, en justifiant, deux notions qu'il faut selon vous retravailler avec l'élève.
On pourra s'appuyer sur l'extrait des programmes du cycle 3 ci-dessous.

Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques
Reconnaitre, nommer, décrire des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples) : - triangles, dont les triangles particuliers (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral) ; - quadrilatères, dont les quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange, première approche du parallélogramme) ; - cercle (comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné), disque. Reconnaitre, nommer, décrire des solides simples ou des assemblages de solides simples : cube, pavé droit, prisme droit, pyramide, cylindre, cône, boule. • Vocabulaire associé à ces objets et à leurs propriétés : côté, sommet, angle, diagonale, polygone, centre, rayon, diamètre, milieu, hauteur solide, face, arête.

En comparant avec les programmes, le vocabulaire manquant dans cette production est :

Pour le carré : côté d'un carré, sommets

Pour le cercle : centre, rayon ou centre et l'indication d'un point sur le cercle.

Pour le triangle : triangle rectangle

Pour le point E (si on ne s'appuie pas sur un triangle) : alignement, diamètre, milieu

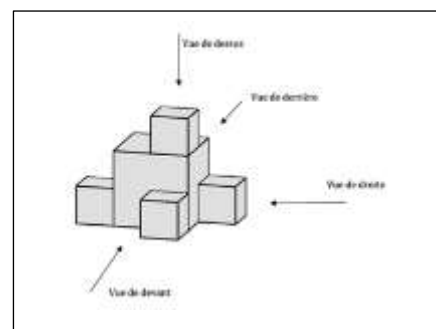
On pourra avec cet élève reprendre/revoir, par exemple :

- la caractérisation d'un cercle à l'aide de son centre et d'un rayon, un diamètre (segments) ou la mesure d'un rayon/diamètre (appelé également rayon, diamètre, mais avec l'article défini).
- les différents types de triangles : les reconnaître, utiliser les instruments pour en vérifier les propriétés, les construire.
- les caractéristiques des quadrilatères particuliers (rectangle, carré, losange) en terme d'égalités de longueurs et angles droits.

Exercice 3. Vues d'un solide

La figure ci-dessous représente en perspective cavalière un solide constitué de l'assemblage de 5 cubes :

- quatre petits cubes d'arête a ;
- un grand cube d'arête b , avec $b = 2a$.



Indiquer quelles sont les vues correctes de cet assemblage. On ne demande pas de justification.

Vue de devant	Vue de droite	Vue de derrière	Vue de dessus

Exercice 4. Géométrie dans l'espace : Vrai / Faux

Dans cet exercice, sept affirmations sont proposées. Pour chacune, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier la réponse.

Affirmation 1 : Le cube est un prisme droit.

Vrai : c'est un prisme à base carré (et dont toutes les faces latérales sont également des carrés)

Affirmation 2 : Le nombre de sommets d'un prisme est toujours un nombre pair.

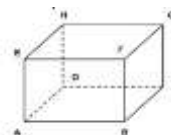
Vrai : un prisme est par définition composé de deux bases parallèles et superposables, et de faces latérales rectangulaires reliant les sommets des 2 bases.

Les sommets d'un prisme sont donc les sommets des deux bases. Un prisme a donc deux fois le nombre de sommets que l'une de ses bases. C'est bien un nombre pair.

Affirmation 3 : Le nombre de sommets d'une pyramide est toujours un nombre impair.

Faux : on peut considérer un tétraèdre ou pyramide à base triangulaire, qui a 4 sommets (pair).

Pour les affirmations suivantes, on considère le pavé droit ABCDEFGH représenté ci-contre en perspective cavalière. Le quadrilatère ABCD est un carré.



Affirmation 4 : Dans la réalité, le quadrilatère EFGH est un carré.

Vrai : un pavé a des faces opposées superposables : EFGH est superposable à ABCD, c'est donc un carré.

Affirmation 5 : Dans la réalité, l'angle $\widehat{BCG}$ est un angle droit.

Vrai : dans la réalité, la face BCGF est un rectangle, qui a 4 angles droits.

Affirmation 6 : Dans la réalité, le solide ABDHEF est un prisme.

Vrai : ABDHEF est constitué de deux faces triangulaires superposables ABD et EFH ; et de 3 faces rectangulaires ABFE, ADGE, BDHF : c'est un prisme à bases triangulaires.

Affirmation 7 : Dans la réalité, le solide ABCDHG est une pyramide.

Faux, il a au moins 2 faces rectangulaires : ABCD et CDHG par exemple. Il ne peut donc s'agir d'une pyramide qui a au plus une face non triangulaire : sa base.

Exercice 5. Construction du nombre et numération en CP

1. Description de la situation : Le Ziglotron est une représentation d'un petit robot sur une fiche, comme celle reproduite ci-contre. Il s'agit d'y coller la bonne quantité de gommettes pour remplacer les « boutons » manquants, représentés par des petits carrés blancs. En début d'année, le nombre de boutons manquants est entre 1 et 10. Les élèves doivent aller chercher des gommettes sur le bureau de l'enseignant.e, c'est à dire loin de leur fiche où est représenté le Ziglotron.

On donne en Annexe 1 un extrait du guide du maître de la séance, qui se déroule au début de l'année.

1.1 Indiquer une procédure numérique et une procédure non numérique que peuvent mettre en place des élèves pour réussir l'activité en tout début de CP.

En début de CP, les élèves s'appuient sur des procédures de maternelle.

Procédures non numériques :

Correspondance terme à terme :

Les élèves peuvent utiliser leurs doigts pour représenter la collection de boutons à aller chercher et transporter sur leur doigts la quantité à reproduire avec les boutons

Ils peuvent prendre autant de jetons que de boutons manquants et reproduire une collection équipotente de boutons.

Subitizing : Les élèves peuvent mémoriser une disposition si la quantité de boutons est petite (subitizing), voire si elle est découpée en petites quantités comme ici (3 ; 2 ; 3).

Procédures numériques :

Les élèves peuvent compter un par un les boutons manquants, mémoriser ce nombre (cardinal de la collection), et construire une collection de boutons de cardinal donné par ce nombre.

Ils peuvent procéder de même pour des sous-collections (et retenir pour l'exemple 3, 2, 3).

1.2 On propose à un élève le Ziglotron de la figure (Fig.1). Il revient avec 9 boutons. Émettre une hypothèse sur l'origine de cette erreur.

On peut s'appuyer sur trois des principes de Gelman pour trouver l'origine de son erreur :

- 1) maitrise de la comptine numérique : si l'élève a oublié le nombre 7 lors de la 1^{ère} récitation pour compter les boutons manquants, mais pas lors de la seconde, il aura pris un bouton en trop
- 2) adéquation unique : si l'élève a compté deux fois un bouton sur le ziglotron, oublié de compter un bouton au bureau de l'enseignant.e.
- 3) principe cardinal : l'élève n'a pas compris la notion de quantité ou reste sur des procédures perceptives et prend grossièrement le nombre de boutons.

1.3 Dans une partie non intégrée à l'annexe 1 du guide du maître, il est indiqué : « En séance 4 et 5, ce travail sera repris avec d'autres contraintes : [...] commander à l'écrit la bonne quantité de boutons ». Pour cette consigne, proposer deux messages corrects, utilisant des écritures chiffrées, que des élèves de CP pourraient produire pour le Ziglotron de la figure (Fig.1).

Comme indiqué plus haut, des élèves peuvent écrire 8 pour indiquer le cardinal à aller chercher. Des élèves peuvent écrire 3 / 2 / 3 ou 5 / 3, en utilisant les 3 zones visibles sur le ziglotron.

2. En période 2, la situation est reprise, avec cette fois le « Grand Ziglotron », qui présente entre 20 et 37 boutons manquants. On donne en annexe 2 un extrait du guide du maître de cette séance. Cette fois, les boutons se présentent sous forme de boutons isolés ou groupés par 10, sous forme de plaques, comme représenté ci-contre (Fig.2).

2.1 Pourquoi est-il précisé dans l'extrait du guide du maître que les élèves n'ont pas « la possibilité de commander plus de 9 boutons isolés » ?

Le but de l'activité est d'amener les élèves à constater la valeur positionnelle des chiffres dans l'écriture d'un nombre, et plus particulièrement la valeur du chiffre des dizaines.

Il s'agit donc de faire en sorte que les élèves décomposent le nombre de boutons en nombre de dizaines, représentées par les plaques de 10 boutons, et d'unités seules, représentées par les boutons isolés.

Pour cela, le nombre d'unités isolées ne doit pas dépasser 9.

27 Peut alors être décomposé en 10+10+7 boutons ou 2 paquets de 10 boutons et 7 boutons isolés.

2.2 Citer deux procédures correctes pour remplir le bon de commande.

Les élèves peuvent compter le nombre total de boutons et rechercher les nombres de paquets de dix dans ce nombre. Par exemple pour 27 boutons :

1) Détermination immédiate de deux paquets de dix et de 7 boutons isolés.

2) Ou avec une méthode de décomptage (en enlevant à partir du total) :

27 boutons moins un paquet de dix c'est 17 boutons et 17 boutons moins un paquet de dix il reste 7 boutons. D'où 2 paquets de dix boutons et 7 boutons isolés.

3) Ou en ajoutant : un paquet de dix + un paquet de dix = deux paquets de dix.

Il reste 7 boutons isolés. $20+7=27$

Ils peuvent également dénombrer directement les paquets de 10 sur le Ziglotron :

4) soit en barrant 10 boutons et en indiquant 1 paquet (avec un trait par exemple) plusieurs fois

5) soit en entourant les boutons 10 par 10 ; il reste ensuite à dénombrer les boutons isolés à commander.

2.3 On donne en annexe 3 une production d'élève. Analyser les réussites et erreurs de l'élève.

L'élève réussit les calculs $6+1$ et $3+7$. On peut donc penser que les écritures chiffrées sont comprises et associées à des quantités, et que ces quantités peuvent être ajoutées, dénombrées et « traduites » en nombres.

En revanche l'élève ne fait pas de différence entre les paquets de 10 boutons et les boutons isolés. L'élève est peut-être resté sur un dénombrement comme lors de la première séance, et n'a pas perçu le sens de l'activité. Il faudrait refaire avec lui des groupements par 10, peut-être avec un matériel plus manipulable, mais qui reste facile à représenter (cubes emboîtables par exemple).

Autre hypothèse : L'élève n'a pas lu le bon de commande, soit par empressement, soit parce qu'il éprouve des difficultés en lecture. Il a simplement additionné les deux nombres sans les associer aux grandeurs correspondantes (nombre de boutons et nombre de dizaines de boutons).

3. Indiquer combien de boutons sont représentés sur le support donné en (Fig.2) ci-dessus. Ecrire un calcul en ligne qui traduise votre procédure de dénombrement.

On peut écrire par exemple : $10 \times 10 + 12 \times 10 = 100 + 120 = 220$ ou $10 \times 10 + 4 \times 3 \times 2 \times 5 = 220$

Exercice 6. Construction du nombre en maternelle

A l'école maternelle, Rémi Brissiaud préconise d'utiliser le **comptage dénombrement** au lieu du **comptage numérotage**. Définir ces deux termes en gras et donner un argument de R. Brissiaud qui justifie cette préconisation.

Comptage dénombrement : les objets de la collection dénombrée sont déplacés, ou entourés, ou dévoilés, un par un de sorte que chaque mot-nombre prononcé désigne une nouvelle quantité, celle qui résulte de l'ajout d'une nouvelle unité. On nomme ce phénomène l'itération de l'unité.

Le comptage-numérotage fait correspondre à un mot-nombre, un élément. Cela conduit l'enfant à concevoir les éléments successivement pointés avec le doigt comme « le un », « le deux », « le trois »

Les mots-nombres prononcés sont alors des sortes de numéros renvoyant chacun à un élément et un seul. C'est le comptage au sens commun, celui que les parents adoptent le plus souvent en dehors de l'école..

Une mauvaise interprétation du pointage conduit les élèves à comprendre les activités de dénombrement comme des activités de numérotage et ne perçoivent pas la quantité composée de plusieurs objets mais considère successivement chaque objet de la collection pour lui associer un mot-nombre.

Exercice 7. Petits problèmes de nombres

1. Combien de nombres impairs de 3 chiffres peut-on écrire avec les chiffres {1,2,3,4} ?

Cette situation peut être représentée par un arbre par exemple (non exigé).

Le chiffre des centaines comme le chiffre des dizaines peut être 1, 2, 3 ou 4 : il y a 4 possibilités.

Le chiffre des unités peut être 1 ou 3 car le nombre est impair : il y a 2 possibilités.

Il y a donc $(4 \times 4 \times 2)$ soit 32 nombres impairs possibles.

2. Un nombre contient 7 800 dizaines de milliers. Son chiffre des dizaines est 9 et son chiffre des unités de mille est le quart du chiffre des unités de millions. Son écriture chiffrée comporte quatre zéros. Écrire ce nombre en chiffres et en lettres.

Le nombre est 78 002 090, soixante-dix-huit-millions-deux-mille-quatre-vingt-dix.