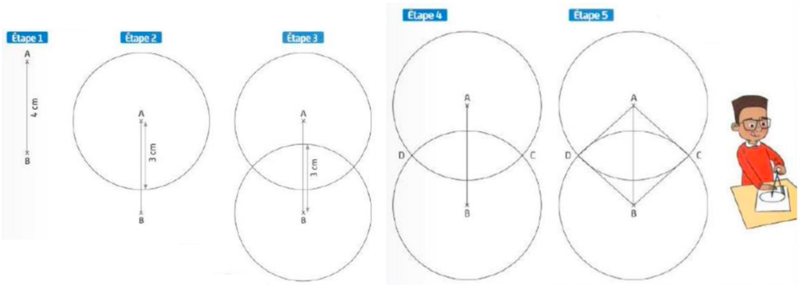
PARTIE A – Géométrie et démonstration

Exercice 1 ***Un programme de construction sans mot***

1. Reproduire à l'aide du logiciel les étapes ci-contre.
2. Combien mesurent chacun des côtés du quadrilatère ABCD ? Justifier.
3. En déduire la nature du quadrilatère ABCD



Aide 1

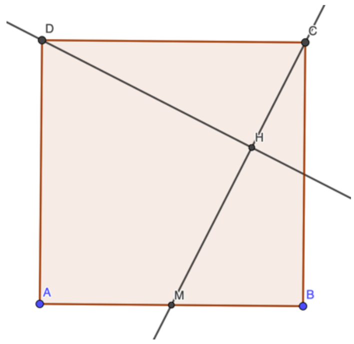
1. Logiciel.
2. $[AC]$, $[CB]$, $[BD]$ et $[DA]$ sont des rayons de cercles de rayon 3cm, donc : $AC = CB = BD = DA = 3\ cm$.
   Donc les côtés du quadrilatère $ACBD$ mesurent tous 3 cm.
3. $ACBD$ est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur, donc c'est un losange.

Exercice 2 ***Un programme de construction presque parfait***

Dans le programme ci-dessous, les notations mathématiques ont été enlevées. Lesquelles ? Réaliser ce programme.

1. *Tracer un carré ABCD.*
2. *Placer le point M milieu du côté AB.*
3. *Tracer la droite MC.*
4. *Tracer le segment DH qui est perpendiculaire à la droite MC et avec H qui est un point du segment MC.*

La dernière instruction (4) ne peut être effectuée directement avec le logiciel. Elle doit être décomposée en deux instructions. Lesquelles ? Aide 2



Il faut noter :

1. Tracer un carré $ABCD$
2. Placer le point M milieu du côté $[AB]$.
3. Tracer la droite (MC).
4. Tracer le segment $[DH]$ qui est perpendiculaire à la droite (MC) et avec H qui est un point du segment $[MC]$.

La dernière instruction doit être décomposée en : « Tracer la droite passant par le point D et perpendiculaire à la droite (MC) » puis « Noter H le point d'intersection de cette droite sur le segment $[MC]$ ».

Exercice 3 ***Hauteurs d'un triangle***

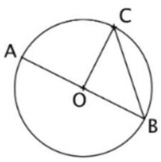
Construire un triangle ABC quelconque. Tracer ses trois hauteurs. Que remarquez-vous ?

Définition 1

On remarque que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Exercice 4 ***Reproduction d'une figure en respectant des propriétés géométriques***

Le but de cet exercice est d'obtenir une ***figure robuste***, c'est à dire une figure qui peut être déformée en déplaçant les points, mais qui doit toujours respecter les propriétés telles que milieu, alignement, perpendicularité, … : les propriétés sont conservées. Par suite, certains points ne pourront être déplacés.



1. Reproduire à l'aide du logiciel la figure ci-contre.
2. Ecrire le programme de construction associé.
3. Combien mesurent les angles $\widehat{OBC}$ et $\widehat{OCB}$? Justifier.

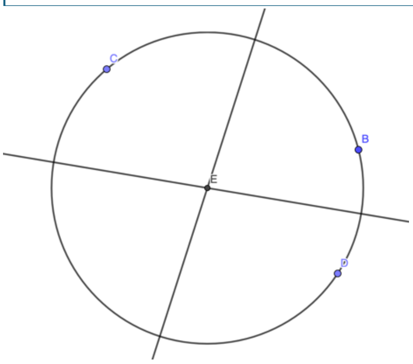
Aides 3 et 4

1. Logiciel.
2. Programme de construction :
   - Tracer un segment $[AB]$.
   - Placer O le milieu du segment $[AB]$.
   - Tracer le cercle de centre O et de rayon $[OA]$. *Ou bien tracer le cercle de diamètre* $[AB]$.
   - Tracer un rayon $[OC]$ perpendiculaire à $[AB]$.
   - Tracer le triangle OCB. *Ou bien tracer le segment* $[CB]$.

3. On a $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$ car le triangle OBC est isocèle en O.
   De plus, $\widehat{BOC} = 90°$ car le triangle OBC est rectangle en O.
   Ainsi, puisque la somme des angles d'un triangle est égale à 180°, on a $\widehat{OBC} = \widehat{OCB} = 45°$.

Exercice 5 ***L'œil dans le compas***

Construire un cercle de centre et de rayon quelconque. Effacer le centre du cercle (cliquer sur le rond bleu associé au point dans la fenêtre « algèbre »). Uniquement à l'aide des outils « médiatrice » et « point », retrouver ce centre. Définition 2 Aide 5

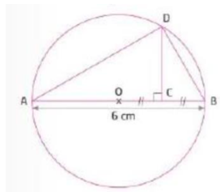


Il suffit de construire les médiatrices de deux cordes (non parallèles) du cercle. Le point d'intersection des deux médiatrices sera le centre du cercle.

Justification : La médiatrice d'un segment $[BC]$ est l'ensemble des points qui se situent à égale distance de B et C, c'est le cas du centre du cercle qui se situe donc sur la médiatrice de $[BC]$.
Pour la même raison, le centre du cercle se situe aussi sur la médiatrice de $[BD]$. Le centre du cercle est donc le point d'intersection des deux médiatrices tracées.

Exercice 6 ***Reproduction de figure***

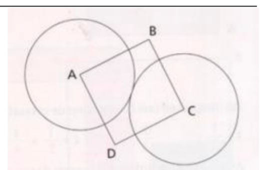
1. Ecrire un programme de construction pour la figure ci-contre, à destination de GeoGebra. Le tester avec le logiciel.
2. Démontrer que le triangle AOD est isocèle en A.
3. * Démontrer que le triangle OBD est équilatéral.
4. ** Démontrer que le triangle ABD est rectangle en D.



1. - Tracer un segment $[AB]$ de longueur 6 cm.
   - Placer O le milieu de $[AB]$.
   - Tracer le cercle de centre O et de rayon $[OA]$.
   - Placer C le milieu de $[OB]$.
   - Noter D le point du cercle tel que (CD) soit perpendiculaire à (AB).
   - Tracer les segments $[AD]$, $[BD]$ et $[DC]$.
2. Comme les points A et D sont des points du cercle de centre O, ce sont deux rayons, on a donc $OA = OD$. Ainsi le triangle AOD est isocèle en A.
3. On a déjà, d'après la question 2 : $OD = OB$.
   De plus, par définition d'une médiatrice d'un segment, (CD) est la médiatrice de [OB], donc : $OD = BD$.
   Donc : $OD = OB = BD$.
   Donc que le triangle OBD est équilatéral.
4. Comme le triangle OBD équilatéral, on a $\widehat{BDO} = 60°$.
   De même $\widehat{BOD} = 60°$, alors on obtient $\widehat{DOA} = 180 - 60 = 120°$ (puisque $\widehat{BOD}$ et $\widehat{DOA}$ forment un angle plat).
   Dans le triangle isocèle AOD, on obtient l'angle $\widehat{ODA} = (180 - 120) \div 2 = 60 \div 2 = 30°$.
   Donc finalement $\widehat{BDA} = \widehat{BDO} + \widehat{ODA} = 60 + 30 = 90°$. Donc le triangle ABD est rectangle en D.

Exercice 7 ***Reproduire des figures en respectant des propriétés géométriques***

D'après Opération maths CM1, Hatier 2016.
Reproduire la figure ci-contre, sans chercher à respecter les dimensions, mais en construisant une figure robuste.



Logiciel.
Attention, ici il est important que lorsque l'on déplace les points :
- $ABCD$ reste un carré
- les cercles de centre A et C restent adjacents.

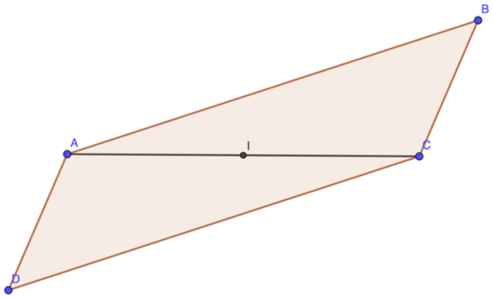
Exercice 8 ***Programme de construction***

1. Dans le programme de construction ci-dessous, les notations mathématiques ont été effacées, lesquelles ?

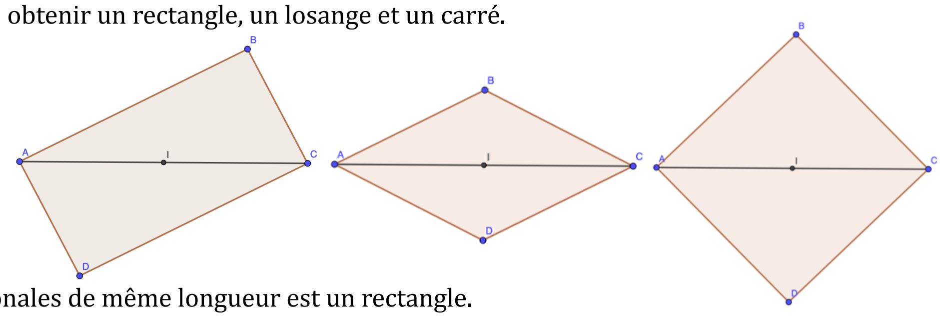
a. Construire un segment AC. b. Placer le point I milieu de AC. c. Placer un point B quelconque en dehors de la droite AC	d. Construire D le symétrique de B par rapport au point I. e. Tracer le quadrilatère ABCD.

2. Réaliser ce programme sur GeoGebra afin d'obtenir une *figure robuste*.
3. Quelle semble être la nature de tous les quadrilatères obtenus lorsqu'on déplace les points ? Quelle propriété ses diagonales satisfont-elles ? Écrire rigoureusement la propriété conjecturée.
4. Pouvez-vous déplacer des points pour obtenir pour ABCD : un rectangle ? un losange ? un carré ?
5. Compléter les conjectures ci-dessous concernant ces quadrilatères particuliers et leurs diagonales
   Un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur est un
   Un parallélogramme ayant des diagonales perpendiculaires est un
   Un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur et perpendiculaires est un
6. ** Modifier *la seule instruction c.* dans le programme de construction, pour obtenir chacun de ces quadrilatères particuliers. Vous pouvez remplacer cette instruction par plusieurs.

1. a. Construire un segment $[AC]$.
   b. Placer un point I milieu de $[AC]$.
   c. Placer un point B quelconque en dehors de la droite (AC).
   d. Construire D le symétrique de B par rapport au point I.
   e. Tracer le quadrilatère $ABCD$.



2. Logiciel.
3. Le quadrilatère $ABCD$ semble être un parallélogramme. Ses diagonales se coupent en leur milieu.
   Rigoureusement, cela donne la propriété : « Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu ».
4. Logiciel, il est possible de déplacer B, et par la même occasion D, pour obtenir un rectangle, un losange et un carré.

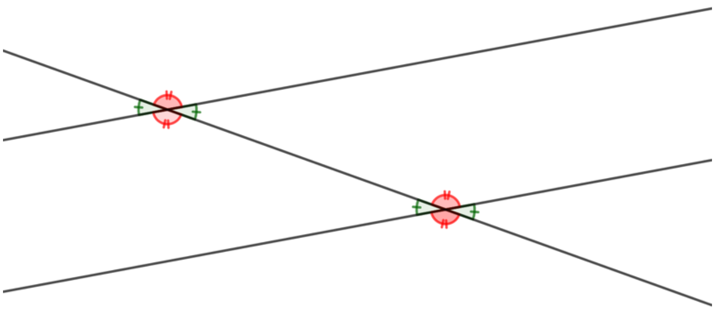


5. Un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur est un rectangle.
   Un parallélogramme ayant des diagonales perpendiculaires est un losange.
   Un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur et perpendiculaires est un carré.
6. Modification :

Un rectangle	Un losange	Un carré
c. Placer un point B en dehors de la droite (AC) tel que $BI = AI$.	c. Placer un point B en dehors de la droite (AC) tel que $(BI) \perp (AC)$.	c. Placer un point B en dehors de la droite (AC) tel que $(BI) \perp (AC)$ et $BI = AI$.

Exercice 9 ***Droites parallèles et angles***

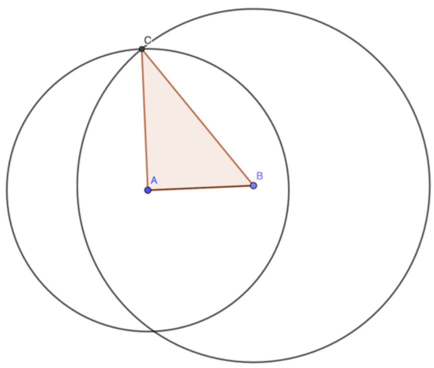
Construire deux droites parallèles. Construire une troisième droite, sécante avec les droites précédentes.
Repérer les angles égaux lorsque vous déplacer les droites.
Reproduire à main levée la figure obtenue et coder les angles qui sont toujours égaux.



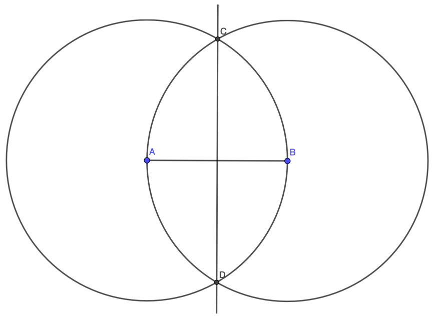
Exercice 10 ***Constructions sans équerre / sans la commande droite perpendiculaire ou médiatrice***

1. Construire un triangle dont les longueurs des côtés sont 3cm, 4cm, 5cm. Le triangle est-il rectangle ?
2. Construire un segment [AB] puis sa médiatrice.
3. Tracer une droite (d) quelconque, placer un point quelconque A. Construire une droite parallèle à (d) passant par le point A.
4. Tracer une droite (d) quelconque, placer un point quelconque A. Construire la droite perpendiculaire à (d) passant par le point A.

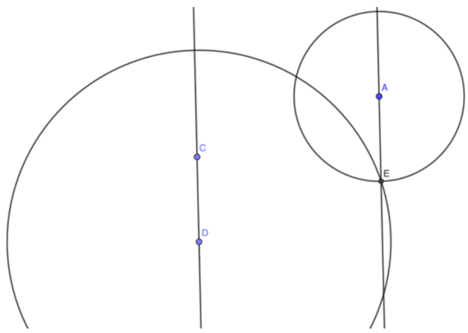
1. On a $5^2 = 25$ et $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est bien rectangle.



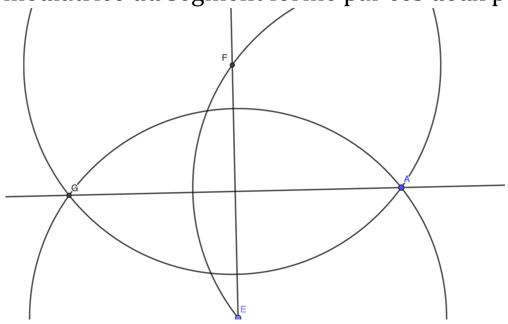
2. Il faut utiliser l'outil cercle.



3. Il faut utiliser compas et passer par le tracé un parallélogramme.



4. Avec le compas, on place deux points à équidistance de A sur la droite. Puis on construit la médiatrice du segment formé par ces deux points.

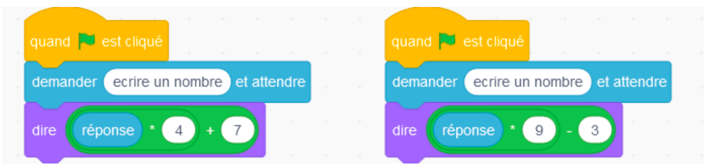


PARTIE B – Programmes de calcul, calcul algébrique

Exercice 1 ***CRPE 2019, groupement 4***

On dispose de deux programmes de calculs ci-dessous

Programme A Programme B



1. Différents nombres sont entrés dans le programme A
   a. Montrer que quand on rentre le nombre 5, la réponse obtenu est le nombre 27.
   b. Quel est le nombre obtenu quand on rentre le nombre $\frac{7}{10}$. Justifier la réponse.
2. Quel nombre faut il entrer dans le programme B pour que le resultat affiché soit égal à 0,69 ?
3. Prouver que quand on rentre un nombre impar dasn le programme b, le nombre obtenu est toujours un multiple de 6.
4. Existe t-il des nombrs qui permettent d'avoir le même résultat affiché avec les deux programmes ? Si oui, déterminer tous ces nombres.

1. a. Dans le programme A, lorsque l'on entre le nombre 5, cela donne : $5 \times 4 + 7 = 20 + 7 = 27$.
   b. Dans le programme A, lorsque l'on entre le nombre $\frac{7}{10}$, cela donne : $\frac{7}{10} \times 4 + 7 = \frac{28}{10} + 7 = \frac{28}{10} + \frac{70}{10} = \frac{98}{10} = 9{,}8$.
2. Dans le programme B, on obtient 0,69, alors : $(0{,}69 + 3) \div 9 = 3{,}69 \div 9 = 0{,}41$. Cela signifie qu'il faut entrer 0,41.
3. Un nombre impair s'écrit $2k + 1$, avec k un entier relatif.

Alors $(2k+1)\times 9-3=18k+9-3=18k+6=6(3k+1)$, or $3k+1$ est un entier et donc $6(3k+1)$ est un multiple de 6. Le nombre obtenu dans le programme B quand on entre un nombre impair est donc bien toujours un multiple de 6.

4. On cherche à résoudre l'équation suivante :
$4x+7=9x-3 \Leftrightarrow 7+3=9x-4x \Leftrightarrow 10=5x \Leftrightarrow 2=x$. Donc il faut entrer 2 dans chacun des deux programmes pour que les résultats soient les mêmes.

Exercise 2 *Introduction au tableur*

Ouvrir le fichier « Partie B_exercice 2 » sur le Moodle
Ecrire dans les cases B3, E3, I2, I3, I4, H5 les formules qui fournissent les résultats demandés.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Nombre 1 :			Nombre 1 :			Candidat	Nbre de voix	Pourcentage %
2	Nombre 2 :			Nombre 2 :			A	1750	
3	Somme :			Produit :			B	2122	
4							C	1512	
5							Total des votes		100
6									

Dans la case B3, on écrit =B1*B2. Dans la case E3, on écrit =E1*E2. Dans la case H5, on écrit =H2+H3+H4.
Dans la case I2, on écrit =H2/H5*I5, dans la case I3, on écrit =H3/H5*I5 et dans la case I4, on écrit =H4/H5*I5.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Nombre 1	7		Nombre 1	4		Candidat	Nbre de voix	pourcentage	
2	Nombre 2	3		Nombre 2	2		A	1750	32,50	
3	Somme	10		Produit	8		B	2122	39,41	
4							C	1512	28,08	
5							total des votes	5384	100	
6										

Exercice 3 *Le livre scolaire, Brevet Asie 2021*

En cellule A2 du tableur, on a saisi la formule : « = -5*A1*A1+2*A1-14 »

	A	B
1	-4	-3
2	-102	

Si on étire la formule vers la droite, quelle formule obtient-on dans la cellule B2, Quelle valeur va s'afficher ?

Si on étire la formule vers la droite, cela donne =-5*B1*B1+2*B1-14 et on obtient -65.

Exercice 4 *Somme d'argent*

Un écolier dispose de 20 pièces de monnaie en pièces de 20 centimes et de 50 centimes. Quand il compte son argent il s'aperçoit qu'il possède 5,50 euros.
Combien a-t-il de pièces de 20 centimes et de 50 centimes ?
1. Résoudre ce problème par la méthode de votre choix.
2. On veut résoudre le problème à l'aide d'un tableur.
   a. Pourquoi suffit-il d'aller jusqu'à 11 dans la colonne A ?
   b. Ecrire en B2 et C2 les formules adéquates qui fourniraient les sommes obtenues par extension.

Classeur1

	A	B	C	D
1	nombre de pièces de 50 cts	nombre de pièces de 20 cts	somme obtenue	
2	0	20	400	
3	1	19	430	
4	2	18	460	
5	3	17	490	
6	4	16	520	
7	5	15	550	
8	6	14	580	
9	7	13	610	
10	8	12	640	
11	9	11	670	
12	10	10	700	
13	11	9	730	

1. On note x le nombre de pièces de 20 centimes et y le nombre de pièces de 50 centimes.

On a. $\begin{cases} x+y=20 \\ 20x+50y=550 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ 20x+50(20-x)=550 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ 20x+1000-50x=550 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ 1000-30x=550 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ 1000-550=30x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ 450=30x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ 15=x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=5 \\ x=15 \end{cases}$ Il y a 15 pièces de 20 centimes et 5 pièces de 50 centimes.

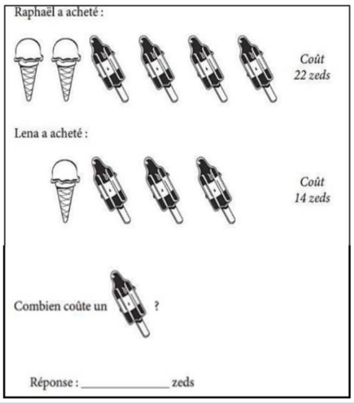
2. a. Il suffit d'aller jusqu'à 11 dans la colonne A car 11 pièces de 50 centimes valent déjà 5,50 €.
b. En B2, on écrit la formule =20-A2 et en C2, on écrit la formule =A2*50+B2*20.

Exercice 5 *CRPE 2023, session supplémentaire*

1. Résoudre l'exercice ci-contre à l'aide du tableur, avec l'information supplémentaire suivante : les prix sont des nombres entiers.

2. Un élève propose la réponse suivante :
   « 2 x 14 – 22 = 6 *: une glace vaut 6 zeds* »
   Identifier son erreur.

3. En notant x le prix d'un cône et y le prix d'une fusée glacée, écrire les équations du problème et si possible les résoudre (on pourra s'aider de la stratégie de l'élève…).



1. Logiciel, voir ci-contre. Dans la cellule B2, on a entré =14-3*A2.
2. L'élève semble s'être aperçu qu'il y avait deux fois plus de cônes chez Raphaël que chez Lena. Il a donc doublé les quantités de glace de Lena, comme si elle avec acheté 2 cônes et 6 fusées, et a ainsi doublé le prix payé (2 × 14 zeds). Ensuite, il a soustrait le prix payé par Raphaël (22 zeds) pour obtenir le prix des fusées. Le résultat donne bien le prix des fusées, mais il en reste alors 2 (2 × 3 – 4) alors que l'élève a considéré qu'il n'en restait qu'une.
3. Les équations sont :

C2 =2*B2+4*A2

	A	B	C
1	Prix d'une fusée	Prix d'un cône	Coût
2	1	11	26
3	2	8	24
4	3	5	22
5	4	2	20
6	5	-1	18
7	6	-4	16
8	7	-7	14
9	8	-10	12
10	9	-13	10
11	10	-16	8
12	11	-19	6
13	12	-22	4
14	13	-25	2
15	14	-28	0
16	15	-31	-2
17	16	-34	-4
18	17	-37	-6
19			
20			

$$\begin{cases} 2x + 4y = 22 \\ x + 3y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 22 \\ x = 14 - 3y \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(14 - 3y) + 4y = 22 \\ x = 14 - 3y \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(14 - 3y) + 4y = 22 \\ x = 14 - 3y \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 28 - 6y + 4y = 22 \\ x = 14 - 3y \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 28 - 2y = 22 \\ x = 14 - 3y \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 28 - 22 = 2y \\ x = 14 - 3y \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 2y \\ x = 14 - 3y \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = y \\ x = 14 - 3 \times 3 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 5 \end{cases}$$

Une fusée coûte donc 3 zeds et un cône 5 zeds.

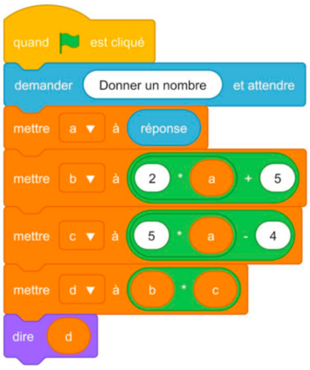
Ou bien résolution comme l'élève :

Si Léna avait acheté deux fois plus de cônes et de fusées, on aurait eu 2 cônes + 6 fusées = 28 zeds
Or concernant les achats de Raphaël, cela donne :
2 cônes + 4 fusées = 22 zeds
Donc on a 2 fusées = 28 – 22 = 6 zeds
Donc une fusée coûte 3 zeds.

Exercice 6 *CRPE 2023, groupement 2*

Voici deux programmes de calcul :

Programme A



Programme B

Choisir un nombre
Prendre son double
Ajouter 5
Calculer le carré du résultat
Retourner le résultat trouvé

1. Montrer que si l'utilisateur saisit le nombre 2, alors le programme A retourne le nombre 54.
2. Calculer le résultat obtenu avec le programme A si le nombre saisi par l'utilisateur est 1,15.
3. Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le nombre 0 ?
4. a. Si l'utilisateur saisit le nombre 3, quel résultat le programme B retourne-t-il ?
   b. Si l'utilisateur saisit le nombre 34, quel résultat le programme B retourne-t-il ?
5. On détermine les résultats suivants retournés par le programme B à l'aide d'une feuille de calcul automatisé.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
2	25	49	81	121	169	225	289	361	441	
3										

a. Quelle cellule du tableur permet de retrouver la réponse à la question **4.a.** ci-dessus ?
b. Quelle formule a pu être saisie dans la cellule A2 de la feuille de calcul automatisé afin de la copier-glisser sur la ligne 2 ?

6. a. Pour quel nombre de départ le programme B retourne-t-il le nombre 0 ?
   b. Ce nombre de départ est-il rationnel ? Justifier.
   c. Ce nombre de départ est-il décimal ? Justifier.
7. Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le même résultat que le programme B ?

1. Si le nombre saisi est 2, on a successivement :
   $a = 2$
   $b = 2 \times 2 + 5 = 9$
   $c = 5 \times 2 - 4 = 6$
   $d = 9 \times 6 = 54$
   Si l'utilisateur saisit 2, le programme A retourne le nombre 54.
2. Si le nombre saisi est 1,15, on a successivement :
   $a = 1,15$
   $b = 2 \times 1,15 + 5 = 7,3$
   $c = 5 \times 1,15 - 4 = 1,75$
   $d = 7,3 \times 1,75 = 12,775$
   Si l'utilisateur saisit 1,15, le programme A retourne le nombre 12,775.
3. Pour un résultat nul, il faut avoir $d = 0$, c'est à dire $b \times c = 0$, soit $(2 \times a + 5)(5 \times a - 4) = 0$.
   C'est un produit nul donc l'un au moins des facteurs est nul :
   $2a + 5 = 0$ ou $5a - 4 = 0$
   $\Leftrightarrow 2a = -5$ ou $5a = 4$.
   $\Leftrightarrow a = -2{,}5$ ou $a = 0{,}8$
   Si le nombre demandé est −2,5 ou 0,8, le résultat est nul.
4. (a) Si on choisit le nombre 3, on a successivement : 3 ; 6 ; 11 ; puis 121.
   Si le nombre choisi est 3, le nombre retourné est 121.
   (b) Si on choisit le nombre 34, on a successivement : 34 ; 68 ; 73 ; puis 5329.
   Si le nombre choisi est 34, le nombre retourné est 5329.
5. (a) La cellule D2 permet de retrouver le résultat de la question 4a.
   (b) Dans la cellule A2, on peut saisir la formule =(A1*2+5)^2.
6. (a) Le programme B, appliqué à un nombre quelconque x donne : $(2x + 5)^2$
   Or, $(2x + 5)^2 = 0$ est équivalent à $2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$.
   Si le nombre choisi est $-\frac{5}{2} = -2{,}5$ le nombre retourné est 0.

(b) $-\frac{5}{2}$ est un nombre écrit sous forme fractionnaire dans laquelle le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers relatifs donc c'est un nombre rationnel.
(c) $-\frac{5}{2} = -\frac{25}{10} = -2{,}5$ peut s'écrire comme une fraction dont le dénominateur est 10 donc c'est un nombre décimal.

7. Soit x le nombre de départ choisi. On obtient les résultats suivants, en fonction de x :

Pour le programme $A = (2x+5)(5x-4)$, pour le programme $B = (2x+5)^2$.

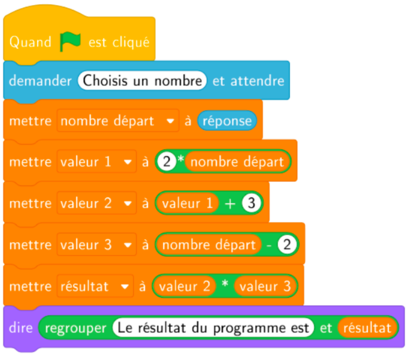
On résout $(2x+5)(5x-4) = (2x+5)^2 \Leftrightarrow (2x+5)(5x-4) - (2x+5)^2 = 0$

$$\Leftrightarrow (2x+5)[(5x-4)-(2x+5)] = 0$$
$$\Leftrightarrow (2x+5)[5x-4-2x-5] = 0$$
$$\Leftrightarrow (2x+5)(3x-9) = 0$$
$$\Leftrightarrow 2x+5 = 0 \text{ ou } 3x-9 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{2} \text{ ou } x = \frac{9}{3} = 3$$

Si on entre les nombres $-\frac{5}{2}$ ou 3, les deux programmes retournent la même valeur.

Exercice 7 ***CRPE 2022, groupement 2***

1. Adam a réalisé le programme ci-contre à l'aide du logiciel Scratch.
   a. Montrer que si le nombre de départ est 3, le résultat est égal à 9.
   b. Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est 2,4 ?
   c. Soit x le nombre de départ.
   Montrer que le programme d'Adam retourne le nombre $2x^2 - x - 6$.



2. Pauline propose le programme de calcul suivant :
   a. Montrer que si le nombre de départ est 3, le résultat est égal à 9.
   b. Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est 73 ?

Elève-le au carré
Soustrais 3.
Multiplie par 2.
Soustrais le nombre de départ.

3. Montrer que, pour un même nombre de départ, les programmes de calcul d'Adam et Pauline donnent le même résultat.

4. Déterminer le ou les nombres de départ possibles pour que les résultats des programmes de calcul soient nuls. Justifier.

5. Adam souhaite automatiser les calculs de son programme pour les entiers naturels. Il utilise un tableur dont la copie d'écran est donnée ci-dessous.
Quelle formule doit-il saisir dans la case B2 pour qu'il puisse l'étirer vers le bas sur l'ensemble de la colonne ?

	A	B
1	**Nombre de départ**	**Résultat du programme**
2	1	-5
3	2	0
4	3	9
5	4	22
6	5	39

1. a. Si le nombre départ est 3, alors :
   - la valeur 1 est $2 \times 3 = 6$
   - la valeur 2 est $6 + 3 = 9$
   - la valeur 3 est $3 - 2 = 1$
   - le résultat est $9 \times 1 = \mathbf{9}$

   b. Si le nombre départ est 2,4, alors :
   - la valeur 1 est $2 \times 2{,}4 = 4{,}8$
   - la valeur 2 est $4{,}8 + 3 = 7{,}8$
   - la valeur 3 est $2{,}4 - 2 = 0{,}4$
   - le résultat est $7{,}8 \times 0{,}4 = \mathbf{3{,}12}$

   c. Si le nombre départ est x, alors :
   - la valeur 1 est $2 \times x = 2x$
   - la valeur 2 est $2x + 3$
   - la valeur 3 est $x - 2$
   - le résultat est $(2x+3)(x-2) = 2x \times x - 2x \times 2 + 3 \times x - 3 \times 2 = 2x^2 - 4x + 3x - 6 = \mathbf{2x^2 - x - 6}$.

2. a. Si le nombre départ du programme de Pauline est 3, alors :
   - en l'élevant au carré, on trouve $3^2 = 9$
   - en soustrayant 3 au résultat précédent, on trouve $9 - 3 = 6$

- en multipliant par 2 le résultat précédent, on trouve $2 \times 6 = 12$
- en soustrayant le nombre de départ au résultat précédent, on trouve $12 - 3 = 9$

b. Si le nombre départ du programme de Pauline est 73, alors :

- en l'élevant au carré, on trouve $(73)^2 = 5329$
- en soustrayant 3 au résultat précédent, on trouve $5329 - 3 = 5326$
- en multipliant par 2 le résultat précédent, on trouve $2 \times 5326 = 10652$
- en soustrayant le nombre de départ au résultat précédent, on trouve $10652 - 73 = 10579$.

3. Si le nombre départ du programme de Pauline est x alors :
   - en l'élevant au carré, on trouve x^2
   - en soustrayant 3 au résultat précédent, on trouve $x^2 - 3$
   - en multipliant par 2 le résultat précédent, on trouve $2 \times (x^2 - 3) = 2x^2 - 6$
   - en soustrayant le nombre de départ au résultat précédent, on trouve $\mathbf{2x^2 - x - 6}$**,** soit la même expression qu'avec le programme d'Adam, et ce quelle que soit la valeur de x.
4. Déterminer les valeurs de nombres x de départ qui donnent un résultat nul avec l'un ou l'autre programme revient à résoudre l'équation $(2x + 3)(x - 2) = 0$.
   Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul :

$$(2x + 3)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3 = 0 \text{ ou } x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ ou } x = 2$$

Les nombres de départ qui annulent le résultat des programmes sont $-1{,}5$ et 2.

5. Adam peut saisir comme formule : = 2*A2*A2 – A2 – 6.

Exercice 8 ***D'après CRPE 2010***

Avec le tableur, trouver des éléments de réponse à la question suivante :
Deux nombres ont pour somme 100. Comment varie leur produit si on soustrait 5 à chacun d'eux ?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Nombre 1	Nombre 2	Produit		Nombre 1	Nombre 2	Produit		Différence
2	0	100	0		-5	95	-475		475
3	1	99	99		-4	94	-376		475
4	2	98	196		-3	93	-279		475
5	3	97	291		-2	92	-184		475
6	4	96	384		-1	91	-91		475
7	5	95	475		0	90	0		475
8	6	94	564		1	89	89		475
9	7	93	651		2	88	176		475
10	8	92	736		3	87	261		475
11	9	91	819		4	86	344		475
12	10	90	900		5	85	425		475
13	11	89	979		6	84	504		475
14	12	88	1056		7	83	581		475
15	13	87	1131		8	82	656		475
16	14	86	1204		9	81	729		475
17	15	85	1275		10	80	800		475
18	16	84	1344		11	79	869		475
19	17	83	1411		12	78	936		475
20	18	82	1476		13	77	1001		475
21	19	81	1539		14	76	1064		475
22	20	80	1600		15	75	1125		475
23	21	79	1659		16	74	1184		475
24	22	78	1716		17	73	1241		475
25	23	77	1771		18	72	1296		475
26	24	76	1824		19	71	1349		475
27	25	75	1875		20	70	1400		475
28	26	74	1924		21	69	1449		475
29	27	73	1971		22	68	1496		475
30	28	72	2016		23	67	1541		475
31	29	71	2059		24	66	1584		475
32	30	70	2100		25	65	1625		475
33	31	69	2139		26	64	1664		475
34	32	68	2176		27	63	1701		475
35	33	67	2211		28	62	1736		475
36	34	66	2244		29	61	1769		475
37	35	65	2275		30	60	1800		475
38	36	64	2304		31	59	1829		475

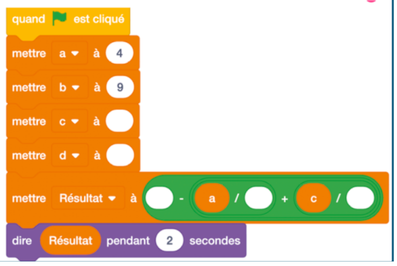
Leur produit est diminué de 475.

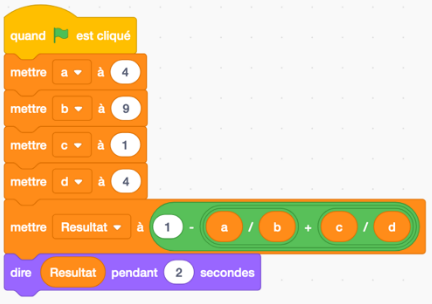
PARTIE C – Nombres rationnels

Exercice 1 ***Le livre scolaire***

Noémie doit résoudre le problème suivant :

« Trois amis se partagent un gâteau. Le premier en mange les quatre neuvièmes, le deuxième, le quart et le troisième, le reste. Calculer la part mangée par le troisième. »
Elle souhaite utiliser Scratch pour résoudre le problème.
Compléter le programme ci-contre afin d'aider Noémie.





Exercice 2 ***CRPE 2023, groupement 1***

Résoudre à l'aide du tableur ou de scratch ou sans :
Quatre personnes A, B, C, D se partagent une somme d'argent. On appelle a, b, c et d les montants respectivement reçus par A, B, C et D. On sait par ailleurs que :
a représente $\frac{1}{4}$ de la somme totale ; b représente $\frac{1}{3}$ de la somme totale ; C et D se partagent ce qui reste en prenant chacun le même montant.

a. Déterminer la proportion que représente c par rapport à la somme totale.
b. D reçoit 55 €. Déterminer les valeurs de a, b et c.

a. Soit S la somme totale partagée, on a : $a = \frac{1}{4}S$, $b = \frac{1}{3}S$

Il reste donc $S - \frac{1}{4}S - \frac{1}{3}S = \frac{12}{12}S - \frac{3}{12}S - \frac{4}{12}S = \frac{5}{12}S$

C et D se partagent ce reste équitablement donc : $c = d = \frac{5}{24}S$

c représente $\frac{5}{24}$ de la somme totale.

b. $d = 55$ € donc $c = d = 55$ €.

Or, $d = 55\text{ €} = \frac{5}{24}S$

Donc $S = 55 \times 24 \div 5 = 264$ €.

$b = \frac{1}{3} \times 264 = 88$ €

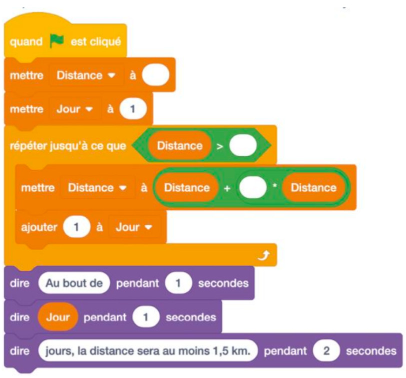
Et $a = \frac{1}{4} \times 264 = 66$ €

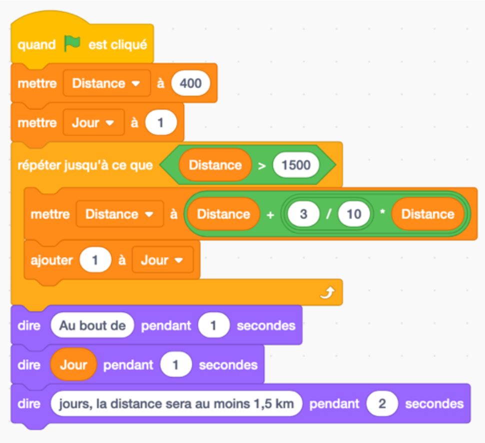
a, b et c valent respectivement 66 €, 88 € et 55 €

Exercice 3 ***Le livre scolaire***

Kaylan s'entraîne pour la prochaine compétition de natation en faisant des longueurs. Dans une piscine olympique de 50 m de long, il commence par faire huit longueurs. Puis chacun des jours suivants, il augmente la distance parcourue de 3/10 de la distance effectuée la veille.
Kaylan se demande alors au bout de combien de jours il fera un entraînement d'au moins 1,5 km. Pour cela, il écrit le programme scratch suivant :

1. Reproduire et compléter le programme
2. Au bout de combien de jours Kaylan fera-t-il un entraînement où il nagera au moins 1,5 km ?





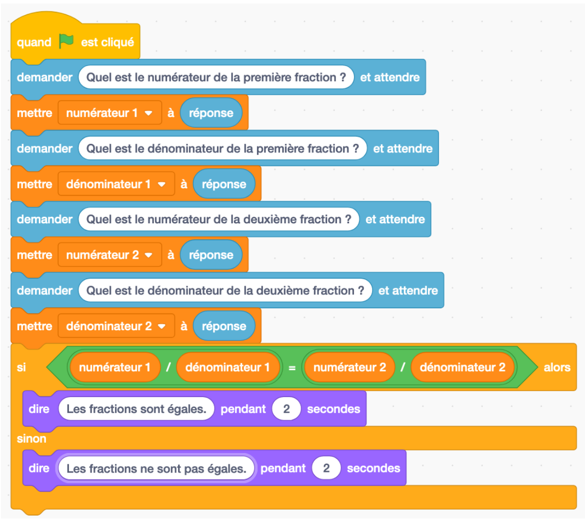
1. Logiciel.
2. C'est au bout de 7 jours que Kaylan fera un entraînement où il nagera au moins 1,5 km.

Exercice 4 ***Le livre scolaire***

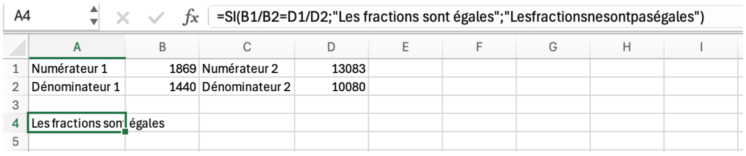
1. Ecrire un programme sur scratch et sur tableur qui permette de vérifier si deux fractions sont égales.
   Sur scratch, on demandera à l'utilisateur d'entrer les numérateurs et dénominateurs des deux fractions.
   Sur tableur, quatre cellules seront utilisées pour ces nombres entiers.
2. Utiliser ces programmes pour dire si les fractions $\frac{1869}{1440}$ et $\frac{13\,083}{10\,080}$ sont égales.
3. Écrire sous scratch et tableur un programme qui permet de calculer la somme de deux fractions ayant le même dénominateur, l'utilisateur choisissant les numérateurs et le dénominateur commun.
4. Modifier le programme de la question 3. afin qu'il puisse calculer avec deux fractions de dénominateurs différents.
5. Utiliser ce programme pour calculer l'expression $\frac{2}{7} - \frac{4}{5}$.

1. Programme qui permette de vérifier si deux fractions sont égales :

sur Scratch :



sur tableur :

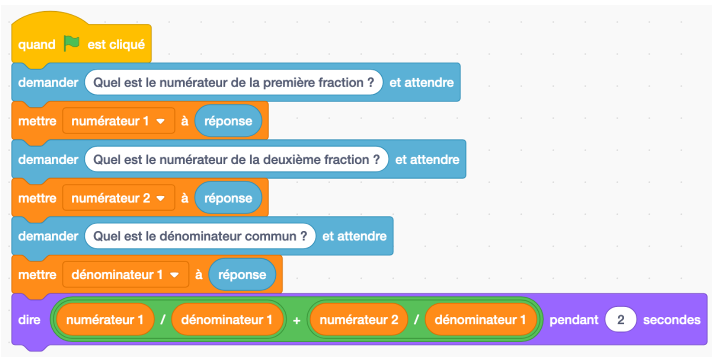


A4 =SI(B1/B2=D1/D2;"Les fractions sont égales";"Lesfractionsnesontpaségales")

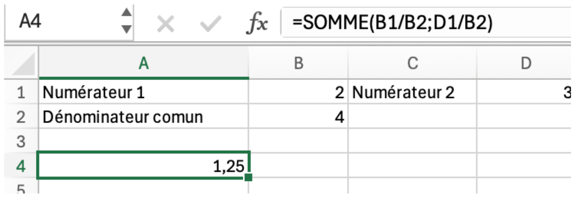
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Numérateur 1	1869	Numérateur 2	13083					
2	Dénominateur 1	1440	Dénominateur 2	10080					
3									
4	Les fractions sont égales								
5									

2. Les fractions $\frac{1869}{1440}$ et $\frac{13083}{10080}$ sont égales.
3. Programme qui permette de calculer la somme de deux fractions de même dénominateur :

sur Scratch :



sur tableur :



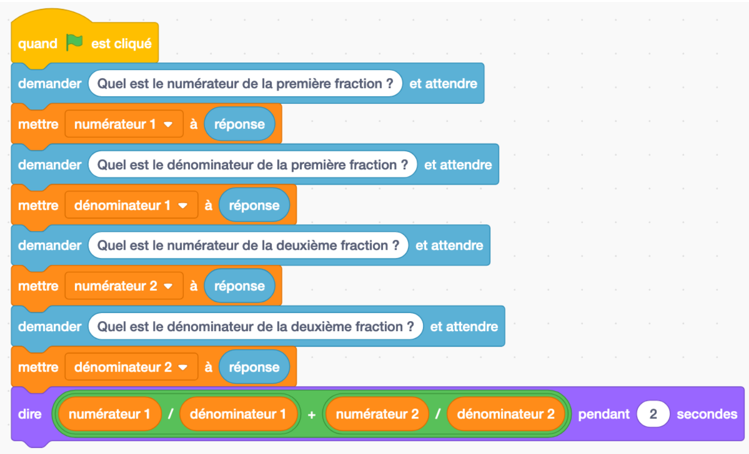
A4 =SOMME(B1/B2;D1/B2)

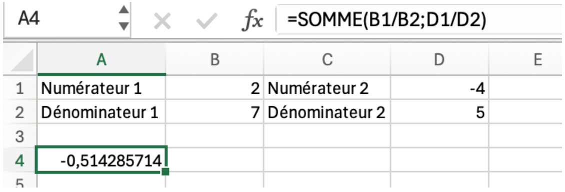
	A	B	C	D
1	Numérateur 1	2	Numérateur 2	3
2	Dénominateur commun	4		
3				
4	1,25			

4. Programme qui permette de calculer la somme de deux fractions de dénominateurs différents :

sur Scratch :

sur tableur :





A4 =SOMME(B1/B2;D1/D2)

	A	B	C	D	E
1	Numérateur 1	2	Numérateur 2	-4	
2	Dénominateur 1	7	Dénominateur 2	5	
3					
4	-0,514285714				

5. $\frac{2}{7} - \frac{4}{5} = \frac{10}{35} - \frac{28}{35} = -\frac{18}{35} \approx -0{,}51428571\ ...$