

CM Proportionnalité

Sophie GERARD, janvier 2025

I) Reconnaître une situation de proportionnalité- Wooclap

- | | | |
|--|-----|-----|
| 1) On met de l'essence dans une voiture. Le prix payé est-il proportionnel au nombre de litres mis dans le réservoir ? | OUI | NON |
| 2) La taille et l'âge d'une personne sont-ils proportionnels ? | OUI | NON |
| 3) La vitesse d'une voiture est-elle proportionnelle au nombre de ses passagers ? | OUI | NON |
| 4) La note a un devoir est-elle proportionnelle au temps passé à réviser ? | OUI | NON |
| 5) Dans la recette d'un gâteau, la quantité de farine et le nombre de parts sont-ils proportionnels ? | OUI | NON |
| 6) La longueur du côté d'un carré et son périmètre sont-ils proportionnels ? | OUI | NON |
| 7) La longueur du côté d'un carré et son aire sont-ils proportionnels ? | OUI | NON |
| 8) Les longueurs sur une carte sont-elles proportionnelles aux longueurs réelles ? | OUI | NON |
| 9) Les deux grandeurs considérées dans ce tableau sont-elles proportionnelles ? | OUI | NON |

Masse d'olives (en kg)	7	21	70
Quantité d'huile (en litre)	1	3	10

- 10) Les deux grandeurs considérées dans ce tableau sont-elles proportionnelles ?
- OUI NON

Nombre de pages	50	100	150
Temps de lecture (en heures)	2	5	8

II) Etude de la proportionnalité à partir d'un exemple

Définition : Deux grandeurs (ou deux suites de nombres) sont **proportionnelles** lorsque

.....
.....
.....
.....

Deux grandeurs proportionnelles peuvent être représentées dans un tableau. On dit alors que ce tableau est un **tableau de proportionnalité**

Exemples :

- a) Le tableau ci-dessous représente la distance (en km) d'un véhicule en fonction de sa consommation d'essence (en litres)

Essence (en litres)	5	7	11	24
Distance (en km)	53	74,2	116,6	254,4

La distance parcourue est-elle proportionnelle à la consommation d'essence ?

- b)

Un cycliste se chronomètre sur différentes distances. Il obtient le tableau suivant :

Distance (en kilomètres)	15	30	60
Durée (en minutes)	45	90	210

La durée est-elle proportionnelle à la distance parcourue ? Justifie ta réponse.

Etude d'une situation: 2 kg de pommes coûtent 5 €.

Implicite : chaque kg de pommes va coûter le même prix, que l'on en achète, 2 kg, 10 kg ou 100 kg... La quantité de pommes achetée et le prix sont donc proportionnels.

1) Calcul de valeurs - Les différentes procédures

- a. Combien coûte 6 kg de pommes ?

Quantité achetée	2 kg	6 kg
Prix des pommes	5 €	

Cette propriété s'appelle

- b. Combien coûte 8 kg de pommes ?

Quantité achetée	2 kg	6 kg	8 kg
Prix des pommes	5 €	15 €	

Cette propriété s'appelle

Remarque : on aurait aussi pu utiliser la linéarité de la multiplication en multipliant le prix de 2 kg de pommes par 4.

c. Combien coûte 5 kg de pommes ?

Pour calculer le prix de 5 kg de pommes, on peut d'abord calculer le prix d'1 kg de pommes, puis multiplier ce prix par 5

Quantité achetée	2 kg	1 kg	5kg
Prix des pommes	5 €		

Cette méthode s'appelle

d. Combien coûte 7 kg de pommes ?

Quantité achetée	2 kg	7 kg
Prix des pommes	5 €	

On peut chercher le **coefficient de proportionnalité** : par quel nombre multiplie-t-on la 1^{ère} ligne du tableau pour obtenir la deuxième ?

e. Combien coûte 1,2 kg de pommes ?

Quantité achetée	2 kg	1,2 kg
Prix des pommes	5 €	x

On peut utiliser l'**égalité des produits en croix**

Attention, l'égalité des produits en croix n'est pas au programme du cycle 3 !!

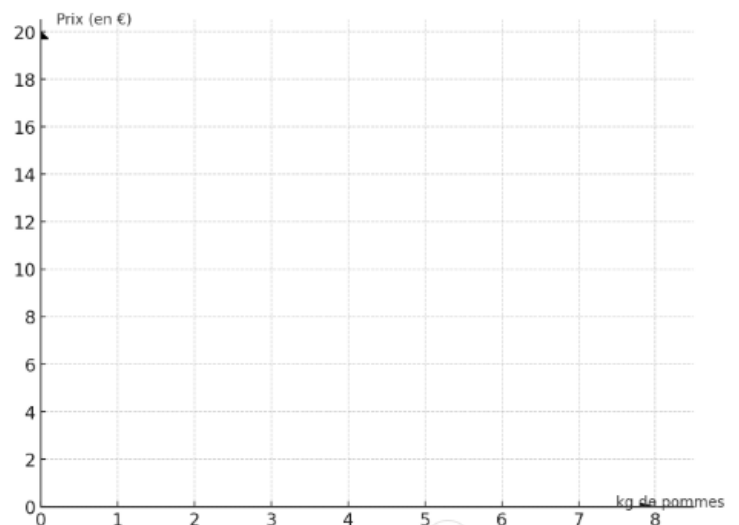
2) Représentation graphique

On a donc obtenu le tableau de proportionnalité suivant :

Quantité achetée	1 kg	1,2 kg	2 kg	5kg	6kg	7kg	8kg
Prix des pommes	2,5 €	3€	5€				

Dans le repère suivant, placer les points correspondants aux valeurs de ce tableau

Que remarquez-vous ?



3) Lien avec les fonctions

On appelle p la fonction qui associe à la quantité x de pommes en kg, son prix en euros.
Donner l'expression de p en fonction de x . Quelle est la nature de cette fonction ?

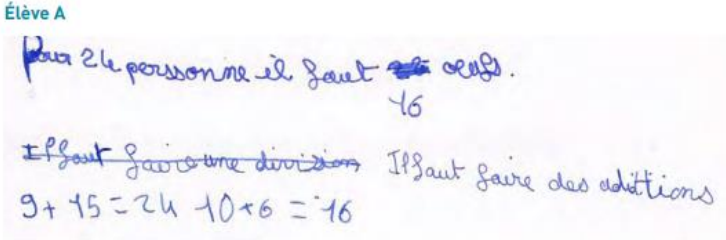
III) Enseigner la proportionnalité au cycle 3 , zoom sur les différentes procédures.

D'après Eduscol, « Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3 »

Énoncé

Un livre de cuisine indique que, pour faire une mousse au chocolat, il faut : 6 œufs si la recette est prévue pour 9 personnes et 10 œufs si la recette est prévue pour 15 personnes.

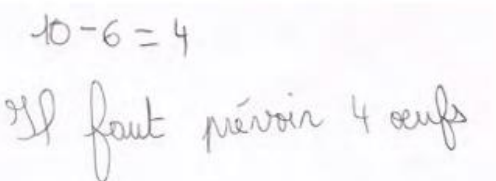
Combien dois-je prévoir d'œufs si je veux faire cette mousse au chocolat pour 24 personnes ? J'ai chez moi tout le chocolat dont j'ai besoin.

Voici des exemples de réponses d'élèves :	Quelle(s) procédure(s) l'élève a-t-il utilisé ? A votre avis, pourquoi ?
Élève A 	
Élève B 	

Énoncé

Un livre de cuisine indique que, pour faire une mousse au chocolat, il faut : 6 œufs si la recette est prévue pour 9 personnes et 10 œufs si la recette est prévue pour 15 personnes.

Combien dois-je prévoir d'œufs si je veux faire cette mousse au chocolat pour 6 personnes ?

Voici des exemples de réponses d'élèves :	Quelle(s) procédure(s) l'élève a-t-il utilisé ?
Élève C 	

Élève D

$10 \text{ œufs} \rightarrow 15 \text{ pers}$
 $6 \text{ œufs} \rightarrow 9 \text{ pers.}$
 $? \rightarrow 6 \text{ pers.}$
 $10 \text{ œufs} \rightarrow 1,5 \text{ personne}$
 $2 \text{ œufs} \rightarrow 3 \text{ pers.}$
 $4 \text{ œufs} \rightarrow 6 \text{ pers.}$

Énoncé

Il faut 6 œufs pour faire une mousse au chocolat pour 9 personnes.

Combien dois-je prévoir d'œufs si je veux faire cette mousse au chocolat pour 45 personnes ?

Voici des exemples de réponses d'élèves :

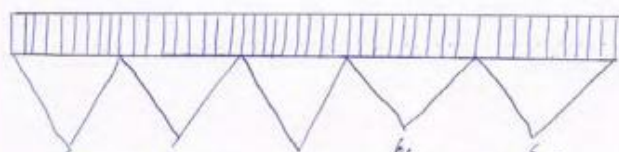
Quelle(s) procédure(s) l'élève a-t-il utilisé ?

Élève E

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 45 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \overline{) 15} \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$
 $9 \times 5 = 45$
 $5 \times 6 = 30$
 Il faut 30 œufs pour 45 personnes.

Élève F


 $6 \text{ œufs} + 6 \text{ œufs} + 6 \text{ œufs} + 6 \text{ œufs} + 6 \text{ œufs} = 30 \text{ œufs}$
 il faut 30 œufs pour faire une mousse au chocolat pour 45 personnes.

Énoncé

Il faut 6 œufs pour faire une mousse au chocolat pour 9 personnes.

Combien dois-je prévoir d'œufs si je veux faire cette mousse au chocolat pour 3 personnes ?

Voici des exemples de réponses d'élèves :

Quelle(s) procédure(s) l'élève a-t-il utilisé ?

Élève G

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$
 Comme on a besoin d'œufs pour 3 personnes au lieu de 9 il faut 3 fois moins.
 Donc 2.

Élève H

$9:3=3$
 $6:3=2$
 $=$
 2×3
Il faut 2 œufs pour 3 personnes

Énoncé

Il faut 6 œufs pour faire une mousse au chocolat pour 10 personnes.

Combien dois-je prévoir d'œufs si je veux faire cette mousse au chocolat pour 15 personnes ?

Voici des exemples de réponses d'élèves :

Quelle(s) procédure(s) l'élève a-t-il utilisé ?

Élève I

5 est la moitié de dix. 3 est la moitié de 6.
Si pour 10 personnes il me faut 6 œufs alors pour 15 personnes il me faudra 9 œufs car les 3 œufs représentent les 5 personnes qu'on a rajouté à 10.

Élève K

6 œufs pour 10 personnes
9 œufs pour 15 personnes
 $3+3+3=9$
œuf
il faut 9 œufs pour 15 personnes

Énoncé

Il faut 5 œufs pour faire une mousse au chocolat pour 10 personnes.

J'ai 3 œufs. Pour combien de personnes puis-je faire une mousse au chocolat ?

Voici des exemples de réponses d'élèves :

Quelle(s) procédure(s) l'élève a-t-il utilisé ?

Élève L

1 œuf = 2 personnes. $3 \times 2 = 6$
On peut faire une mousse au chocolat pour 6 personnes

5 oeufs = 10 personnes

donc

1 oeuf = $\frac{2}{5}$ personnes

donc

3 oeufs = 6

Donc je pourrais faire une omelette pour 6 personnes.

Remarques :

- Il est souvent difficile, voire impossible de distinguer, à partir des seuls calculs sur les nombres (sans mentions de unités), si le raisonnement utilisé s'apparente à un passage par l'unité ou bien à un calcul du coefficient de proportionnalité puis à son utilisation.
- Le choix des nombres en jeu dans un exercice portant sur la proportionnalité va influencer sur les procédures utilisées pour le résoudre

IV) Résoudre des problèmes de proportionnalité

Dans quels cadres peut-on rencontrer des situations de proportionnalité ?

Exercice 1 :

Dans cet amphithéâtre, il yétudiants dont garçons.

- 1) Quel est le pourcentage de garçons ?
- 2) Sachant que 15% des étudiants présents ne sont pas pris de petit déjeuner, à combien d'étudiants cela correspond-il ?

Exercice 2 :

Sur une étiquette d'une canette de soda, on peut lire :
« Teneur en sucre : 10,8 g pour 100 mL de boisson. »

- 1) Quelle quantité de sucre contient une canette de 33 cL ?



- 2) À combien de morceaux de sucre de 6 g cela correspond ?

Exercice 3 :

1) Quelle est l'échelle de cette carte ?



2) Sur une carte routière l'échelle est $\frac{1}{2\,000\,000}$
Sur une telle carte, par quelle distance sont représentées :

• Nancy – Dijon (192 km)

• Paris – Le Havre (211 km)

Exercice 4 : (d'après Mission indigo Hachette éducation)

La pointure de chaussure en France est proportionnelle à la longueur du pied.
Un pied de 24 cm chausse du 36.



1) La professeure de mathématiques chausse du 39, à quelle longueur de pied cela correspond-il ?

2) La longueur du pied de Rayan est 27 cm. Quelle est sa pointure ?

3) Si la longueur du pied augmente de 4 cm, de combien augmente la pointure ?

4) Expliquer comment on calcule sa pointure en connaissant la longueur de son pied.

5) À 11 ans le pied d'Enzo mesurait 22,5 cm. En 10 ans, son pied s'est allongé de 20 %.

a. Quelle est la longueur du pied d'Enzo à 21 ans ?

b. Quelle est alors sa pointure ?

c. Représenter la longueur du pied d'Enzo à 11 ans et à 21 ans par deux segments, à l'échelle $\frac{1}{4}$.

Exercice 5 : En 2019 à Berlin, Usain Bolt a battu le record du monde du 100 m.

<https://www.youtube.com/watch?v=X9isSTi-PIM>



- 1) Quelle a été sa vitesse moyenne en m/s ?
- 2) Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?

Exercice 6: Durant les soldes, un magasin pratique une remise de 15% sur tous ses articles.

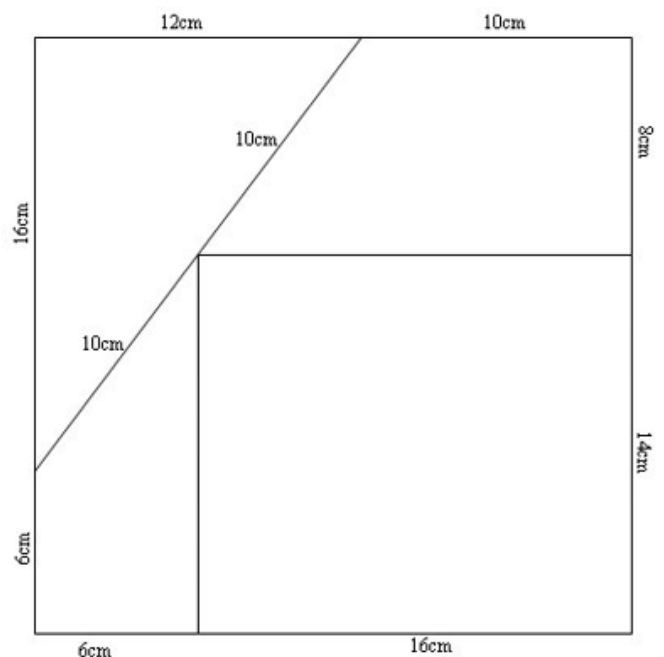
- 1) Un article coûtait 28€ avant les soldes. Quel est son nouveau prix ?
- 2) On appelle f la fonction qui associe au prix de départ x , son prix soldé.
Donner l'expression de $f(x)$ en fonction de x . Quelle est la nature de cette fonction ?
- 3) Un article coûtait 45€ avant les soldes. Quel est son prix soldé ?
- 4) Un article est soldé à 31,79€. Quel était son prix avant les soldes ?

Exercice 7 : Le puzzle de Brousseau (à faire chez vous)

Vous devez agrandir chacune des pièces ci contre.

A la fin il faudra pouvoir le reconstituer avec les pièces agrandies.

Le côté qui mesure 8 cm devra mesurer 12 cm sur le puzzle agrandi

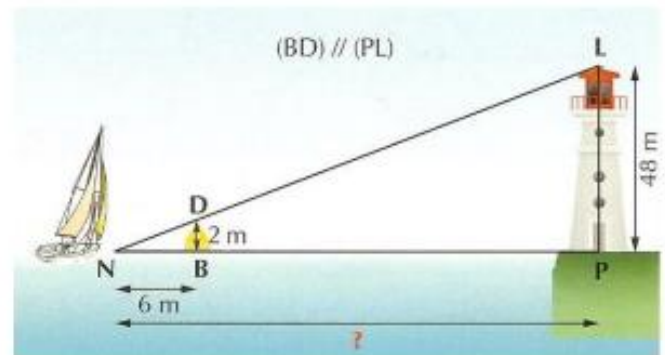


Exercice 8 :

Un plaisancier navigue près d'une bouée quand il s'aperçoit que le sommet de la bouée est aligné avec celui du phare qui se trouve sur la côte.

Aider le plaisancier à calculer NP sa distance à la côte connaissant les longueurs portées sur le schéma.

Rappel théorème de Thalès :



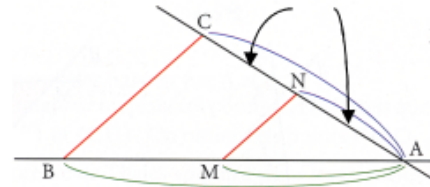
Ces 2 triangles ont leurs cotés correspondants proportionnels.

Dans un triangle ABC,
si

- M est un point de [AB],
- N est un point de [AC],
- la droite (MN) est parallèle à la droite (BC),

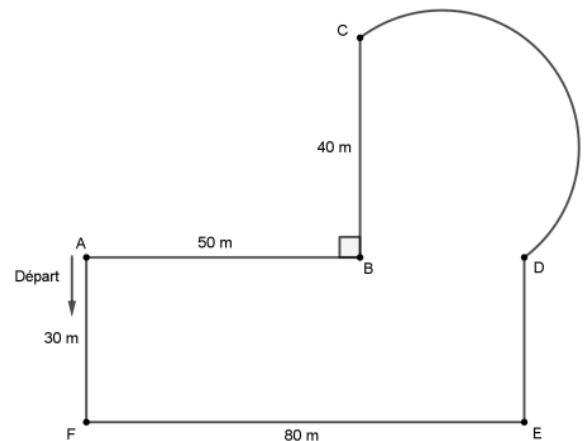
alors les longueurs des côtés du triangle AMN sont proportionnelles aux longueurs des côtés correspondants du triangle ABC.

Autrement dit : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



Exercice 9 : D'après CRPE 2023 (groupe 2)

Afin de préparer ses élèves à un cross, une enseignante décide de faire courir ses élèves dans la cour de l'école le long d'un parcours mesurant 309 m schématisé ci-contre (les longueurs sont exprimées en mètres)



- 1) On souhaite construire un plan du parcours à l'échelle $\frac{1}{800}$.
Calculer les longueurs que les segments [AF], [FE] et [AB] mesureront sur le plan.
- 2) Kilian a effectué un tour complet en 3 minutes. A quelle vitesse Kilian a-t-il couru ? On donnera le résultat en mètre par seconde arrondi au centième, puis en kilomètre par heure, arrondi au dixième.
- 3) On suppose que Sophia court à une vitesse constante de 7 km/h.
Combien de tours complets pourrait-elle effectuer à cette vitesse en 18 minutes ?